

IFJÚ FIZIKUSOK NEMZETKÖZI VERSENYE

MAGYAR SZEMMEL

Hömöstre Mihály – Német Nemzetiségi Gimnázium, Budapest

Pham Thi Linh – Fazekas Mihály Fővárosi Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium

Beregi Ábel – Baár-Madas Református Gimnázium, Budapest

Laukó András – Balassi Bálint Nyolcévfolyamos Gimnázium, Budapest

Béda Ármin – Garay János Gimnázium, Szekszárd

Nagy Péter, Ispánovity Péter Dusán, Jenei Péter – ELTE TTK

Idén, egy év kihagyás után, ismét képviseltette magát Magyarország az Ifjú Fizikusok Nemzetközi Versenyén (International Young Physicists' Tournament, IYPT). Bár a magyar felkészítő csapat tanári gárdája a legutóbbi, 2012-es részvétel óta teljesen lecserélődött, a magyar csapat sikeresen szerepelt, hiszen *az újonnan belépő, illetve újra csatlakozó országok közül a legjobban* szerepelt, 21. helyezést ért el.

Az IYPT nem csupán a szintizsta fizikáról szól. A mérések lebonyolításán és kiértékelésén, valamint a jelenségek matematikai leírásán túl legalább ennyire fontos a csapatmunka, a jó előadó-képesség, a pontos és lényegre törő kritika megfogalmazása, a jó vitakészség, az önreflexió és természetesen: a jó angoltudás. Ezek a készségek és képességek a későbbi életben nagyon hasznosak lehetnek. Fejlesztésük azonban nem egyszerű feladat. A jövőbeli sikeres magyar szereplés záloga viszont mégis ebben rejlik, így az ideai tapasztalatokat felhasználva a továbbiakban erre a területre is nagy hangsúlyt helyeznek a magyar csapat felkészítői.

Az idén elért eredmény mindenképpen sikeres jövőt ígér az ezt követő magyar csapatok számára, hiszen a tanári gárda minden évben tapasztaltabban vezetheti a felkészülést, és rutinosabban taktikázhat a verseny folyamán.

2014. március 21-én sikeresen megrendezésre került az IYPT magyarországi válogatója, a HYPT (Hungarian Young Physicists' Tournament) verseny. A megmérettetésre a nemzetközi verseny két, szabadon választott problémáját kellett írásban kidolgozni. A dolgozatok alapján 16 diákot hívtunk meg, hogy angolul is mutassák be munkájukat.

Itt rendkívül szoros versenyben került ki a legjobb 5+2 diák, a magyar csapat fő és tartalék tagjai: *Béda Ármin, Beregi Ábel, Laukó András, Madarász Zénó* és *Pham Thi Linh*, valamint *D'Intino Eugenio Ádám* és *Pintér Richárd*.

Az angliai Shrewsbury Gimnáziumban megrendezett verseny során úgynevezett „fight”-okban mutatták be a diákok a feladatokra adott megoldásaikat. Egy-egy fightban három szerep van: előadó, bíráló és összefoglaló; a prezentáló csapat bemutatja eredményeit, amit az opponáló csapat vita formájában alaposabban kivéséz. Az elhangzott prezentáció és vita konklúzióját pedig az összefoglaló csapat mutatja be a zsűrinek. Ezek a fightok persze komoly összpontosítást, csapatmunkát, nyelvi és fizikai kompetenciákat és jó kommunikációs készséget igényelnek.

A kemény munka mellett kirándulásokra és nemzetközi kapcsolatok építésére is volt lehetőség, így meggyőződésünk, hogy a magyar csapat összességében teljesen pozitív élményekkel térhetett haza.

A továbbiakban néhány sorban szeretnénk ízelítőt adni az IYPT feladatainak általunk készített megoldásaiból. Itt természetesen csak erősen tömörítve, az eredmények lényegét kiemelve, és a fizikatanításban hasznos gondolatokat bemutatva próbálunk kedvet csinálni a rengeteg érdekes problémához, amelyet az IYPT kínál a diákoknak és tanáraiknak. Fontos hangsúlyozni, hogy a következő fejezeteket a HYPT-n és az IYPT-n résztvevő diákok írták.

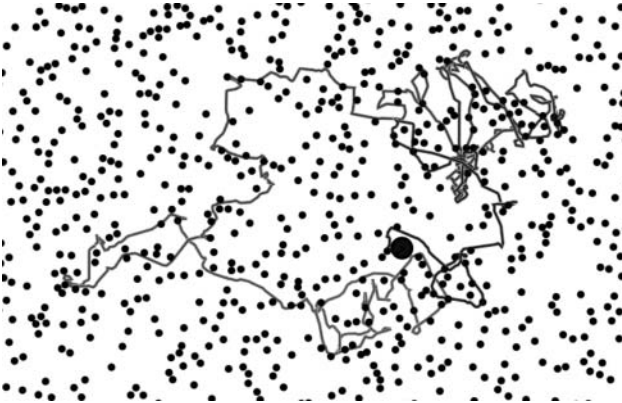
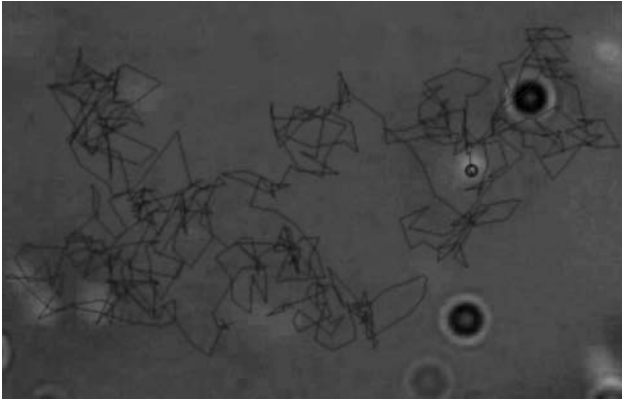
Diffúziós együttható

Ebben a problémában a Brown-mozgás sebességét jellemző diffúziós együttható vizsgálata volt a cél. A Brown-mozgás nem más, mint a gázokban vagy folyadékokban lebegő részecskék véletlenszerű mozgása. A jelenséget *Robert Brown* angol botanikus írta le először. Brown virágpórt kevert vízzel és megfigyelte a porszemcsék zezugos mozgását. A jelenséget *Einstein* azzal magyarázta, hogy a víz molekulái a nagyobb tömegű virágporszemcsékkel ütköznek, így azokat egy véletlenszerű úton lökdösi végig. Ez szolgál alapjelenségül minden nyugalmi keveredés számára, mint például az oldódás vagy a szagok terjedése.

A D diffúziós együttható meghatározásához a részecskék elmozdulását kell mérni az idő függvényében. Az adatokból meghatározható egy adott (Δt) időintervallum alatt megtett átlagos négyzetes elmozdulás $\langle(\Delta r)^2\rangle$, amelyre kétdimenziós mozgás esetén fennáll a következő összefüggés [1]:

$$\langle(\Delta r)^2\rangle = 4 D \Delta t. \quad (1)$$

Egy ZEISS Axioplan mikroszkóp segítségével vízfestékszempcsék mozgását figyeltük meg vízben. Ehhez a festékes oldat egy cseppjét üveg tárgylemezen ragasztószalagból készített keret közepébe csöppentettük, és a párolgást elkerülendő egy üveglemezzel letakartuk. A felvételeket a Tracker nevű programmal elemeztük. A direkt kísérlet kiegészítésére szimulációkat is készítettünk az Algodoó szoftver segítségével. A szimulációban sok (1500 db) kis, gömb alakú



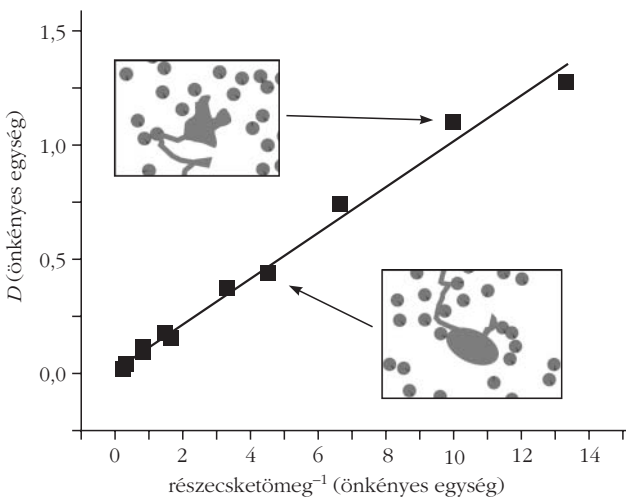
1. *ábra.* Felül a mikroszkópos, alul a szimulációs kísérlet során vizsgált részecskék nyomvonala látható.

testet hoztunk létre, amelyek véletlenszerűen mozognak. Ebbe a térfogatba helyezhető be a vizsgálandó test (például egy, az 1. *ábrán* alul látható nagyobb gömb). A testet a golyók folyamatosan (tökéletesen rugalmasan) lökdösi, törtvonalú pályája kiválóan látható, emellett a program rögzíti az elmozdulás adatait.

Az 1. *ábra* a mikroszkópos vizsgálat során követett és a szimulált részecske útját mutatja. Nagyon jól látszik véletlenszerű, bolyongó mozgás.

Az (1) egyenlet alapján több, különböző átmérőjű gömb (kör) alakú szemcsé mozgását elemeztük.

2. *ábra.* Különböző méretű és alakú szemcsék diffúziós együtthatójának alakulása a részecsketömeg reciprokának függvényében.



A szimulációs és direkt vizsgálat esetén is a méret növekedésével a diffúziós együttható csökken. A szemcséátmérők alapján kiszámoltuk a részecskék tömegét, amelynek reciproka és a diffúziós együttható között lineáris kapcsolat fedezhető fel. Több, különböző, szabályos, illetve szabálytalan alakú szemcsé szimulációjából nyert diffúziós együtthatók egyazon egyenes mellett szórnak (2. *ábra*). Ebből arra következtethetünk, hogy a szemcsék alakja nincs jelentős hatással a Brown-mozgás sebességére, tömegük a meghatározó.

A diffúzióegyüttható-probléma vizsgálata során a diákok megismerhetik a Brown-mozgást a szokványos kvalitatív szinten túl kvantitatívan is. Ezen felül betekintést nyerhetnek a fizikusok által kedvelt és gyakran használt szimulációs kísérletezésbe is.

Hideg lufi

Mi történik egy felfújt lufival, amikor hirtelen kienedjük belőle a levegőt? Mérés nélkül is tapasztalhatjuk, hogy a lufi felülete lehül. De mitől? Erre a kérdésre próbálunk választ adni ebben a fejezetben.

A felfújt lufiban a normál légkörinél magasabb a nyomás. Miközben a levegő kiszökik a lufiból, a távozó levegő nyomása csökken, térfogata pedig nő. A folyamat gyors, ezért nincs vagy csekély a hőcserélés a környezetével, így azt adiabatikusnak tekinthetjük. Az nagyobb nyomású edényből hirtelen kiszökő gázok jelentősen lehűlnek, például egy dezodorból kiáramló gáz átlagosan körülbelül 20 °C-ot hűl le. A gáz kiáramlása-akor adiabatikus közelítésben a ΔU belsőenergia-változás, ami megegyezik a $W_{1,2}$ külső munkával:

$$\Delta U = W_{1,2} = \frac{p_1 V_1}{\kappa - 1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} \right] \quad (2)$$

Ahol 1, 2 a kezdeti és a végállapotot jelöli, p a gáz nyomása, V a térfogata, κ az adiabatikus kitevő, ami felírható a gázmolekulák f szabadsági fokával:

$$\kappa = \frac{f + 2}{f} \quad (3)$$

A levegő gyakorlatilag kétatomos gáznak tekinthető, hiszen ~78% N_2 -t és ~21% O_2 -t tartalmaz, $\kappa_{\text{levegő}} \approx 1,4$. A (2) egyenlet és az egyesített gáztörvény:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} \quad (4)$$

felhasználásával (T az abszolút hőmérséklet) a lehűlés mértéke kiszámítható.

Eredeti feladatunkban a lufiban a légköri nyomás 1,1-szerese uralkodott, tehát a lehűlésre körülbelül 4 °C elméleti érték adódik. Mérések alapján ez csak 1 °C. Az eltérés okai a következők lehetnek: i) a folyamat csak közelítőleg adiabatikus, ii) a kiszökő levegő lehűti a lufi nyakát is, így a kiszökő levegő kevésbé hűl le.

Tapasztalataink alapján viszont a lufi akár 10 °C-kal is lehülhet, ami a levegő 4 °C elméleti hűlésének 2,5-szere-se, tehát *nem a kiáramló levegő lehűlése a lufi lehűlésé-nek fő oka.*

Ha egy gumiból készült csíkot (a mi esetünkben egy lufiból kivágott csíkot) hirtelen megnyújtunk, az jelentősen felmelegszik. A gumi entrópiája két tagból tevődik össze: egy hőmérsékletfüggő és egy hőmérséklet-független tagból. A hőmérsékletfüggő tag csak a részecskék termikus mozgásától, a hőmérsékletfüggetlen pedig a polimerlánc részecskéinek elhelyezkedésétől függ. Nevezzük el a hőmérsékletfüggő tagot termális, a hőmérséklet-független tagot atermális entrópiának. Ezért a teljes entrópiaváltozást a következő módon írhatjuk fel:

$$dS = dS_{\text{termális}} + dS_{\text{atermális}} \quad (5)$$

Ha a gumit nagyon lassan nyújtjuk meg, akkor hőmérséklete állandó marad, tehát a hőmérsékletfüggő entrópia változása zérus:

$$dS_{\text{termális}} = 0. \quad (6)$$

Ebből következik, hogy az entrópia változása egyenlő a hőmérséklet-független entrópia változásával:

$$dS = dS_{\text{atermális}} \quad (7)$$

Ezt a kifejezést a hőtan első főtételébe behelyettesítve a következőt kapjuk:

$$TdS_{\text{atermális}} = dU - \delta W, \quad (8)$$

ahol dU a belső energia változása és δW a külső munka. Mivel a hőmérséklet nem változik, ezért $dU = 0$, tehát:

$$TdS_{\text{atermális}} + \delta W = 0. \quad (9)$$

A δW külső munka pozitív (nyújtjuk a gumiszalagot, munkát fektetünk be), ezért az atermális entrópia változása negatív, azaz a teljes entrópiaváltozás is negatív. Ez érthető, hiszen a polimerlánc részecskéi a nyújtással rendezettebb állapotba kerülnek.

Ha a gumit hirtelen, pillanatszerűen nyújtjuk meg, akkor – mivel nincs idő a hőcserére a gumi és a környezete között, azaz:

$$\delta Q = 0 \quad (10)$$

– a folyamat adiabatikus állapotváltozással modellezhető. Felhasználva, hogy:

$$\delta Q = TdS, \quad (11)$$



3. ábra. A lufi leengedés előtti és utáni állapota.

amiből:

$$dS = 0. \quad (12)$$

Az (5) egyenletet felhasználva következik, hogy:

$$^{(13)} dS_{\text{termális}} = -dS_{\text{atermális}}$$

ami azt jelenti, hogy a melegedés miatti entrópiánövekedés „fedezi” a részecskék helyzetének rendeződése miatti entrópiacsökkenést. A (10) egyenlet miatt erre az állapotváltozásra a hőtan első főtétele:

$$dU = \delta W, \quad (14)$$

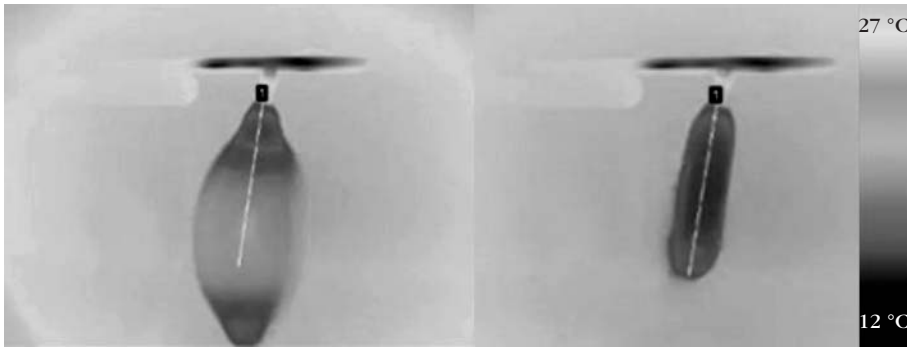
vagyis a hirtelen megnyújtott lufi felmelegszik.

Az előbbieken gumiszalagok nyújtását vizsgáltuk. A kitűzött feladatban, a lufi leengedése közben is ugyanezek a folyamatok játszódnak le azzal a különbséggel, hogy a nagyon lassú leengedés folyamán az entrópia nő és a hőmérséklet nem változik, gyors leengedés során pedig – mivel a gumi végez munkát – a hőmérséklet-változás negatív.

A lufi felületének hőmérsékletét hőkamerával mérjük. A kamera másodpercenként 60 vagy 120 képet készít a gyors leengedés során, így a lehűlés folyamatát elég pontosan meg lehetett határozni (3. ábra). A kamerához tartozó szoftver segítségével a kijelölt területen átlaghőmérsékletet, illetve egy adott egyenes mentén a különböző pontok hőmérsékletét is tudtuk mérni.

Az első mérésben meg akartuk tudni, hogy a lehűlés folyamata közben a lufi átlaghőmérséklete időben miként változik. Méréseink alapján kiderült, hogy a lehűlés mértéke folyamatosan gyorsult. Ez azzal magyarázható, hogy a lufiból adott időközönként állandó levegőmennyiség távozik, így az összehúzóerő mértéke az egyre kisebb lufiban gyorsul.

A következő mérésben a folyamat sebességét úgy szabályoztuk, hogy a lufi nyakát egy – különböző átmérőjű lyukakkal teli – lemez egyik lyukán átvezettük. A mérés eredményei alapján egyértelműen állíthatjuk, hogy a lehűlés annál kisebb, minél lassabb a folyamat. Ennek magyarázata, hogy a lassabb folyamat jobban eltér az „adiabatikus” összehúzóerőtől. A lehűlés maximuma gumi esetén körülbelül 15 °C lehet [2].



4. ábra. A lufi hőmérséklet-eloszlása az ábrán jelzett vonal mentén.

Az eddigiekben a lufik felszínének átlagos hőmérsékletét vizsgáltuk. Az összehúzódás azonban nem egyszerre megy vége a lufi minden pontjában, ezért érdekes megvizsgálni a lufi hőmérséklet-eloszlását is (4. ábra). A lufi először a két végén kezd összehúzódni és lehűlni, majd a folyamat végén a lufi közepe lesz a leghidegebb.

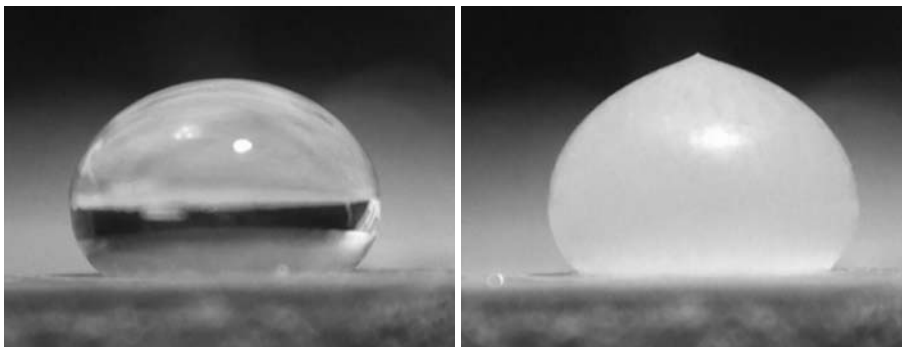
Eredményeink azt mutatják, hogy a lufik lehülésének vizsgálata kézzelfogható eszköz lehet az entrópia középiskolai tárgyalására. Emellett a feladat hasznosnak bizonyult az infrakamerával történő kísérletezés gyakorlásához, valamint a polimerek viselkedésének jobb megértéséhez.

Megfagyó cseppek

Mi történik, ha apró vízcseppeket körülbelül $-20\text{ }^\circ\text{C}$ -ra lehűtött sima, vízszintes felületre helyezünk? A legtöbben egyszerűen annyit válaszolnának: a cseppek megfagynak. Ez igaz, ám a probléma ennél sokkal érdekesebb. A vízcseppek teteje megfagyás után kúp-hoz hasonló alakot vesz fel, hegyes csúccsal a közepén. Ezt láthatjuk az 5. ábrán. Az érdekes jelenséget a víz fagyás közbeni tágulása okozza.

Hideg felületre helyezett csepp aljáról egy úgynevezett fagyási front terjed felfelé (6. ábra). A hármaspont – a szilárd, a folyékony és a gőz találkozási pontja – helyének a teljes megfagyásig történő megadása jelenti a csepp alakjának számítását. Egy megfagyott csepp alakja (tetszőleges anyag esetén) egyszerű geometriai modell segítségével írható le [3]. A geometriai modell i) a gravitáció hatását elhanyagolja, ii) a fagyási

5. ábra. Vízcsepp megfagyás előtt és után.



si frontot végig tökéletesen vízszintesnek veszi, valamint feltételezi, hogy iii) a folyékony/gőz, illetve a szilárd/gőz határfelületekre az illeszkedési pontba helyezett érintők egybeesnek, azaz a hármaspont elmozdulása a folyékony/gőz határfelület irányába történik.

A geometriai modell alapján három egyenletet írhatunk fel, amelyek alapján számítható a megfagyott csepp alakja [3]. A gömbsüveg térfogatát leíró kifejezéssel meghatározhatjuk a még folyékony rész V_l térfogatát:

$$V_l = R^3 \frac{\pi}{3} \frac{2 - 3 \cos \alpha + \cos^3 \alpha}{\sin^3 \alpha}, \quad (15)$$

ahol R jelöli a még folyékony gömbsüveg alapjának sugarát, α pedig azt a szöveget, amellyel a még folyékony tartomány a szilárd részhez illeszkedik.

A modell iii) feltételezéséből következik, hogy

$$\tan \alpha = - \frac{db}{dR}. \quad (16)$$

Itt b a felfelé terjedő fagyási front magassága. Végül a tömegmegmaradás

$$- dm_l = dm_s \rightarrow - dV_l \rho_l = dV_s \rho_s$$

alapján (itt m a tömeg, V a térfogat, ρ a sűrűség, az l és s indexek pedig a folyékony, illetve szilárd halmazállapotra utalnak), felhasználva, hogy

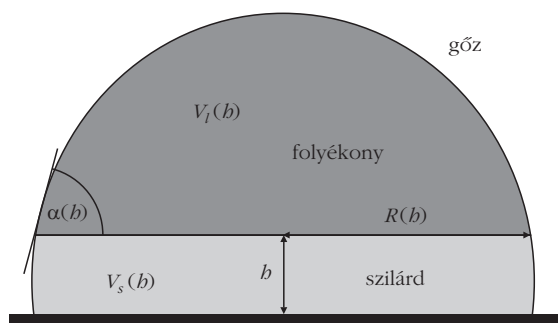
$$dV_s = \pi R^2 db,$$

írhatjuk fel a harmadik egyenletünket:

$$dV_l = - \frac{\rho_s}{\rho_l} \pi R^2 db. \quad (17)$$

A ρ_s/ρ_l szilárd-folyékony sűrűségarányt a továbbiakban jelöljük μ -vel, ennek értéke jellemzi majd a kialakuló, megfagyott csepp alakját.

A (15)–(17) differenciál-egyenlet-rendszer megoldható. A 7. ábrán szimulált cseppeket láthatunk, adott kezdeti $\alpha(0) = 60^\circ$ illeszkedési szögnél, különböző szilárd-folyékony sűrűségarányok mellett. Ha $\mu < 1$, a hegyes csúcs jól láthatóan megjelenik. Amikor $\mu = 1$, a csepp alakjában nincs változás, míg $\mu > 1$ esetén a csepp megfagyáskor ellaposodik. Napraforgóolaj-cseppel ($\mu > 1$) elvégeztük a kísérle-



6. ábra. Megfagyó vízcsepp geometriája.

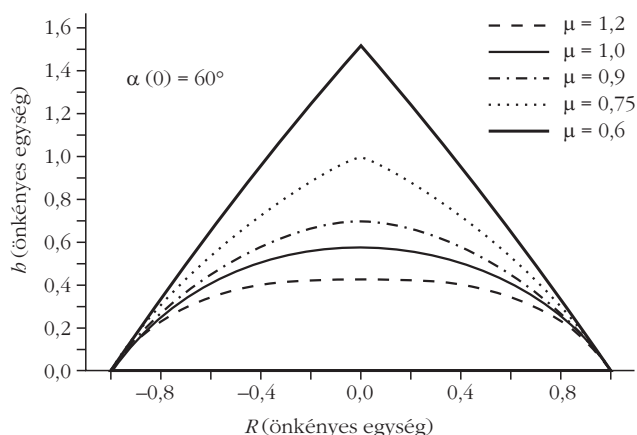
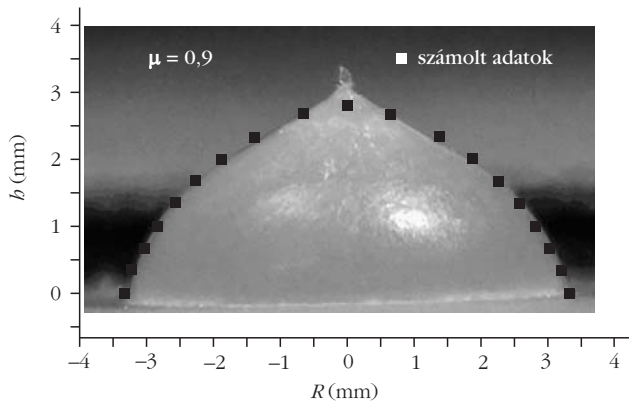
tet, a számításnak megfelelően lapos cseppet kaptunk. Tehát kúpos csúcs csak a megfagyáskor táguló anyagoknál jelentkezik [3].

A 8. ábrán szimulált görbéket próbáltunk valós cseppekre illeszteni. Megfigyelésünk szerint a valós cseppek kissé ellapultabbak, míg csúcsuk hegyesebb, illetve profiljukban inflexiók pont látható, ami a szimulációkból nem következik.

Az eltérések nyomán megvizsgáltuk a geometriai modell három egyszerűsítő feltételezését, elsőként a gravitáció hatását. Miután a cseppet a hideg felületre helyeztük, gyorsan fejfelé lefelé fordítottuk azt. Az így megfagyott csepp kissé megnyúlt a többihez képest, ami mutatja a gravitáció nem elhanyagolható hatását. Feltételezésünk szerint ez okozza, hogy a valódi cseppek laposabbak, mint a szimulált görbék. Ezután fagyás közben zsebkendővel felitattuk a még meg nem fagyott részt. Így szemmel látható volt, hogy a fagyási front a modell feltételezésével ellentétben korántsem tökéletesen vízszintes, a széleken peremet láttunk. A harmadik feltételezést szabad szemmel, illetve a videókat elemezve nehéz vizsgálni. Megjegyezzük, ha feltételezzük, hogy a hármaspont elmozdulása nem esik egybe a folyadék/gőz határfelület irányával, hanem azzal állandó szöget zár be, akkor az alak pontosabb leírásához jutunk [4]. A legpontosabb modellek figyelembe veszik a megfagyás bonyolult termodinamikai lefolyását, valamint a gravitáció hatását is [4].

A téma feldolgozása elsősorban matematikai ismereteket bővít, azonban szoros kapcsolata van a fizikával. A modellalkotás és numerikus szimulációk készítése egy fizikus mindennapos munkája. A probléma

8. ábra. Valós cseppre illesztett szimulált görbe, a szimuláció a jég-re/vízre jellemző $\mu = 0,9$ sűrűségarányal készült.



7. ábra. Szimulált cseppalakok különböző sűrűségarányok mellett.

vizsgálata szemléletesen mutatja be, hogy egy modellnek vannak határai, lehet finomítani és végső célja a valós fizikai jelenség leírása.

Olajcsillagok

Lassan 200 éve ismert, hogy függőlegesen rezgetett folyadékok felszínén állóhullámok alakulnak ki. A jelenséget *Michael Faraday* írta le 1831-ben, és már akkor megfigyelte, hogy 1) az állóhullámok csak egy kritikus amplitúdó fölött alakulnak ki, 2) az állóhullámok gyakran szabályos négyzetrácsot alkotnak, illetve 3) a létrejövő rezgés frekvenciája éppen fele a gerjesztő frekvenciának. A versenyen kitűzött feladat olyan Faraday-hullámok vizsgálata volt, amelyek víz-közös folyadékok felületén alakulnak ki.

Kísérleti összeállításunkban egy mechanikai vibrátorra vízszintezett üvegtálat erősítettünk, amelybe folyadékot töltöttünk, a rendszert függőlegesen rezgésbe hoztuk. A kísérletek során a folyadék felületén megjelenő állóhullámok alakját az alábbi paraméterek függvényében vizsgáltuk:

a) *Viszkozitás.* Méréseinket 8,5 relatív (vízhez viszonyított) viszkozitású hígított glicerinnel és 50, 1000, illetve 12 500 relatív viszkozitású szilikonolajjal végeztük. Általános megfigyelésünk szerint minél viszkozusabb egy folyadék, annál nagyobb a hullámok kialakulásához szükséges kritikus amplitúdó, viszont azok könnyebben rendeződnek stabil mintázatba.

b) *A folyadék mélysége.* Vékonyabb folyadék réteg esetén nőtt a kritikus amplitúdó, de a mintázatok szimmetriatulajdonságai is változtak a mélységgel.

c) *A tartály mérete és formája.* Azonos paraméterek mellett különböző alakú (kör és téglalap alapú) edényekben ugyanolyan hullámviselkedést találtunk. Tehát az edény faláról való visszaverődés elhanyagolható a folyamatban.

d) *Frekvencia.* Ezt a következő módon vizsgáltuk: 21,5 Hz-től 9 Hz-ig fokozatosan csökkentettük a frekvenciát ($A = 1$ mm, mélység 7 mm, glicerin). A kapott mintázatok frekvencia szerint csökkenő sorrendben: hexagonális, négyzetes, pentagonális és hétszög alakú, azaz adott amplitúdó mellett a frekvencia csökke-

nésével egyre összetettebb szimmetriájú mintázatok alakulnak ki (9. ábra).

e) *Amplitúdó*. Megfigyelésünk szerint az amplitúdó növekedésére a rendszer a következőképpen reagál: i) lapos felszín, ii) körkörös hullámok, iii) szimmetrikus mintázat, iv) „fröccsenés”. Ez utóbbi akkor alakul ki, ha a hullámhegyek csúcsairól folyadékcseppek válnak le, amelyek által keltett hullámok megszüntetik a szimmetrikus mintázatot.

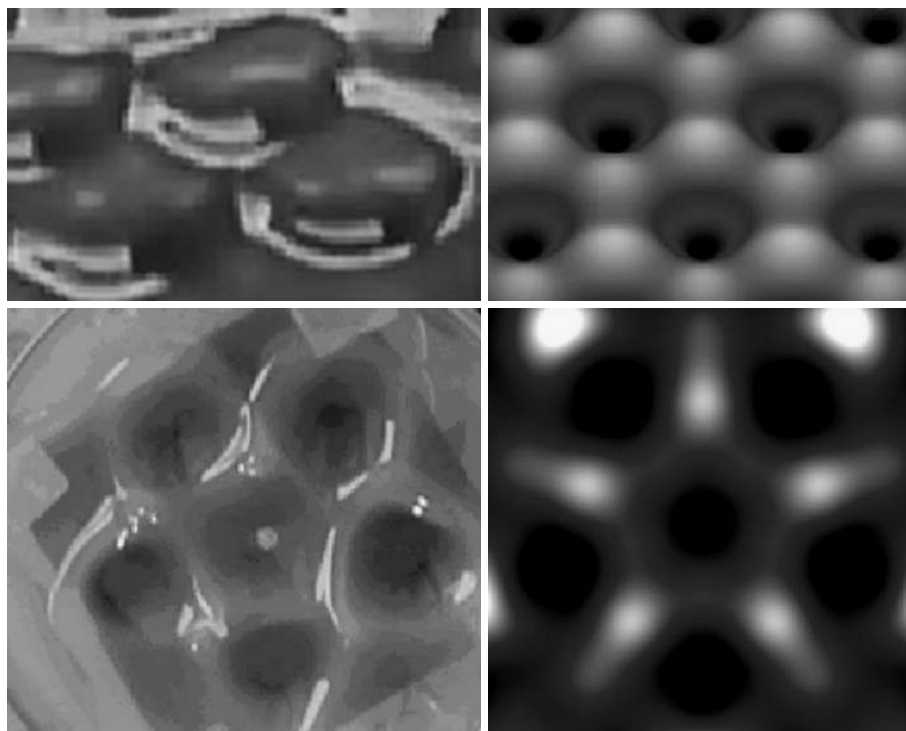
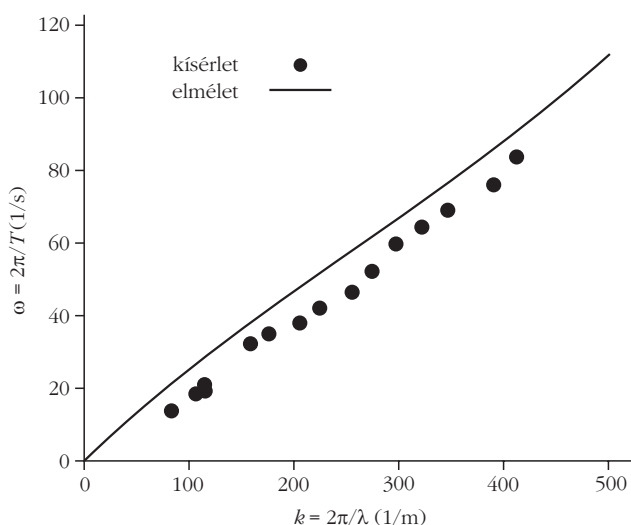
A vonatkozó irodalom szerint a Faraday-hullámok kialakulásáért a folyadék különböző pontjaiban gerjesztett síkhullámok felelősek, és ezek interakciója hozza létre a mintázatokat [5]. A rendszert stabilizálja, hogy a kialakult szimmetrikus elrendeződés energetikailag kedvezőbb a rendszer számára, ezért a kialakulás után igyekeznek azt fenntartani. Az ilyen állóhullámok kialakulását az úgynevezett *három hullám elmélet* segítségével szokás jellemezni, amely három síkhullám interferenciájaként írja le őket. Ennek matematikai feltételei

$$\omega_1 \pm \omega_2 \pm \omega_3 = 0 \text{ és}$$

$$\mathbf{k}_1 \pm \mathbf{k}_2 \pm \mathbf{k}_3 = 0,$$

ahol ω_i és \mathbf{k}_i ($i = 1, 2, 3$) az i -ik síkhullám körfrekvenciája, illetve hullámszámvektora. Kérdés azonban,

10. ábra. A kísérleti úton meghatározott diszperziós reláció (7 mm mély glicerines oldat esetén), és az azonos trendet mutató, a kísérlettel megegyező mélységű és viszkozitású folyadékokra vonatkozó elméleti görbe.



9. ábra. Balra hexagonális (21 Hz) és pentagon (10 Hz) mintázat kísérletben. Jobbra síkhullámok szuperpozíciójaként előállított, a megfigyeltekhez igen hasonló hullámalakok.

hogy a három hullám rezonanciafeltételei teljesülhetnek-e a mi esetünkben. Ennek érdekében elsőként a rendszer $\omega(\mathbf{k})$ függvényét, azaz diszperziós relációját határoztuk meg a hullámkádban keltett síkhullámok hullámhosszának és sebességének mérésével. A mért kísérleti pontok nagyon jó egyezést mutatnak az azonos mélységű és viszkozitású folyadékokra vonatkozó jól ismert elméleti eredményekkel. A görbe azonban közel lineáris, azaz a fenti rezonanciafeltételek nem állhatnak elő (ehhez erősen konvex diszperziós relációra lenne szükség). Ellenben megfelelő számú és szögű síkhullámok találkozása (időbeli fejlődésük is) igen hasonlóak a megfigyeltekkel (10. ábra). Annak magyarázata, hogy miért teljesül mégis a rezonancia, a felületi hullámok nemlineáris jellegére vezethető vissza és a parametrikusan gerjesztett rezgések témakörébe vezet [6]. Ezen út követése azonban már mesze túlmutat a középiskolai kereteken. A feladat megoldása során azonban számos középiskolai témakört érintettünk, mint például rezgések, hullámmozgás, interferencia, illetve viszkózus folyadékok fizikája.

Irodalom

1. A. Radenovic: *Brownian Motion and Single Particle Tracking*. <http://lben.epfl.ch/files/content/sites/lben/files/users/179705/Brownian%20Motion%20Handout.pdf>
2. Juhász A., Tasnádi P: *Érdekes anyagok anyagi érdekességei*. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1992.
3. J. H. Snoeijer, P. Brunet, *American Journal of Physics* 80 (2012) 765.
4. D. M. Anderson, M. Grae Worster, S. H. Davis, *Journal of Crystal Growth* 163 (1996) 335.
5. W. Zhang, J. Viñals, *J. Fluid Mech.* 336 (1997) 301.
6. J. Rajchenbach, D. Clamond, A. Leroux, *Phys. Rev. Lett.* 110 (2013) 094502.