

Ifjú Fizikusok Nemzetközi Versenye 2018 – magyar szemmel – 1. rész

Kovács Levente – Német Nemzetiségi Gimnázium, Budapest
Nagy Dániel – XVII. kerületi Balassi Bálint Nyolcévfolyamos Gimnázium, Budapest
Szakály Marcell – Budapesti Fazekas Mihály Általános Iskola és Gimnázium, Budapest
Hömöstre Mihály – Budapesti Német Gimnázium, ELTE TTK
Ispánovity Péter Dusán – ELTE TTK
Asbóth János – Wigner Fizikai Kutatóközpont
Tüzes Dániel – ELTE TTK
Jenei Péter (kapcsolattartó: jenei@metal.elte.hu, +36 30 5482080) – ELTE TTK

2018. július 19. és 26. között Pekingben került megrendezésre az Ifjú Fizikusok Nemzetközi Versenye. A 2017. júliusában meghirdetett 17 nyílt végű problémát (lsd. iypt.org) a magyar diákok majdnem egy éves kutatómunkával oldották meg, hogy a 31. alkalommal rendezett versenyen 32 másik ország diákjaival mérjék össze felkészültségüket. A magyar csapat (**Földes András Ottó**, ELTE Radnóti Miklós Gyakorló Ált. Isk és Gyakorlógimnázium, Budapest; **Gyulai Márton**, Földes Ferenc Gimnázium, Miskolc; **Nagy Dániel**, XVII. kerületi Balassi Bálint Nyolcévfolyamos Gimnázium, Budapest; **Penc Patrik**, ELTE Trefort Ágoston Gyakorló Gimnázium, Budapest; **Vavrik Márton**, XIII. kerületi Berzsenyi Dániel Gimnázium, Budapest) nagyon kiegyenlített mezőnyben a 15. helyen végzett, ami bronzérmes helyezést jelentett. A bővebb magyar csapat további tagjai (**Kadlecsik Ádám**, Tatai Eötvös József Gimnázium és Kollégium, Tata; **Kovács Levente**, Német Nemzetiségi Gimnázium; Budapest; **Szakály Marcell**, Fazekas Mihály Általános Iskola és Gimnázium, Budapest) hazánkat az Ausztriában rendezett felkészülési versenyen (lsd. aypt.at) képviselték sikerrel. 8 ország 16 csapata között 2. helyezést értek el.

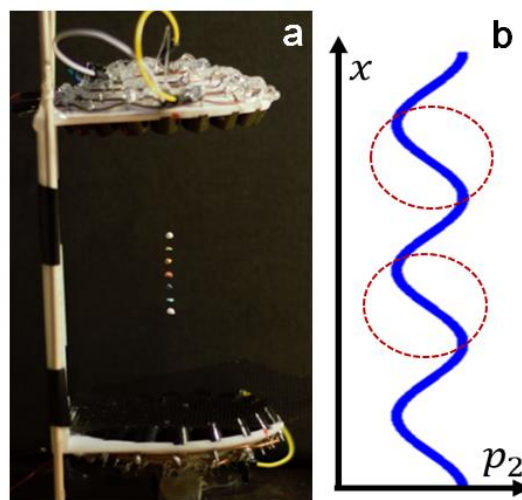
Az IYPT versenyről részletesen írtunk korábbi cikkünkben [1]. A továbbiakban a diákok és felkészítőik által közösen végzett kutatásokból szeretnénk ízelítőt adni. Reméljük, hogy ezzel sok fizikatanárnak is sikerül kedvet csinálni, hogy a jövőben ők is belekóstoljanak a verseny által felkínált érdekes feladatok megismerésébe, és bátorítsák tehetséges diákjaikat a részvételre. Minden fejezet egy-egy problémát mutat be és közvetlenül az elején található a versenykiírásban szereplő eredeti problémaleírás dőlt betűvel szedve. A diákoknak további információ nem állt rendelkezésre a feladat megoldásához. Minden fejezet után félkövér, dőlt betűvel szedtük a fejezet szerzőit.

1) Hanglebegtetés

Kis objektumok képesek lebegni akusztikus állóhullámokon. Vizsgáld meg a jelenséget! Milyen mértékben tudod manipulálni az objektumokat?

Elkészített eszközök

A jelenség előállítása nem egyszerű. Csak ultrahangok használatával érhető el, melyekhez speciális sugárzó, mikrohullámú transzduktor szükséges. Az 1. ábrán látható az általam megépített eszköz. A tervek internetes leírás alapján készültek [2], ez a berendezés 72 db transzduktort tartalmaz, melyek két darab gömbfelület darabon helyezkednek el, így a hanghullámok a középpontban fókuszáltak. A transzduktorok egy jelgenerátorhoz vannak csatlakoztatva, amely egy 40 kHz-es négyszögjelet biztosít, ezáltal a transzduktorok 40 kHz-es hanghullámot bocsátanak ki.



1. ábra. (a) Ultrahangos levitátor és (b) az eszközben kialakuló átlagos nyomáshullám.

Mégis miért lebeg?

A lebegés akkor valósulhat meg, amikor a nehézségi erőt a lebegtető erő kiegyenlíti. A lebegtető erő az átlagos nyomáskülönbségekből származó erő lesz, amely akkor fogja kiegyenlíteni a nehézségi erőt, amikor a lebegő tárgy alatt a nyomás kicsit nagyobb, mint a lebegő tárgy felett. De mégis miért alakulnak ki átlagos

nyomáskülönbségek? Ez hagyományos állóhullám képpel nem magyarázható!

Ahhoz hogy az átlagos nyomáskülönbségeket megmagyarázzuk a Navier-Stokes és kontinuitás egyenleteket használtuk fel [3]. Legelső közelítésben feltételezzük hogy a nyomás a levitátorban légköri nyomás (p_0), de ez idő és hely függvényében ettől egy kicsit eltérhet ($p_0 \gg p_1$). A sűrűség a levegő sűrűsége (ρ_0), a sűrűségben szintén lehetnek kisebb eltérések ($\rho_0 \gg \rho_1$). A levegő molekuláinak a sebessége pedig idő és hely függvényében változhat. Az alábbi egyenletek írhatóak fel [3]:

$$p = p_0 + p_1(x, t) \quad (1)$$

$$\rho = \rho_0 + \rho_1(x, t) \quad (2)$$

$$v = v_1(x, t) \quad (3)$$

Ezeket a közelítéseket, valamint a Navier-Stokes és a kontinuitás egyenleteket felhasználva a hagyományos állóhullám megoldásra jutunk, amely a nyomásra a következő (a sűrűsége és sebessége kapott összefüggéseket most nem részletezzük):

$$p_1(x, t) = P_0 \sin(\omega t) \cos(kx), \quad (4)$$

ahol P_0 a hanghullám nyomásának az amplitúdója, ω a körfrekvencia és k a hullámszám. Ez utóbbi két mennyiséget a hangsebesség köti össze ($c = \omega/k$). Ha jobban megvizsgáljuk a (4) nyomáshullámot akkor láthatjuk, hogy az időátlaga 0, tehát nincsenek átlagos nyomáskülönbségek, azaz a lebegés nem lehetséges. Ahhoz hogy az akusztikus levitációt megmagyarázzuk további sorfejtés szükséges [3]:

$$p = p_0 + p_1(x, t) + p_2(x, t) \quad (5)$$

Ezek és a Navier-Stokes egyenlet felhasználásával levezettük, hogy a $p_2(x, t)$ nyomáshullám időátlaga a következő:

$$p_2(x) = \frac{P_0^2}{4\rho_0 c^2} \cos(2kx) \quad (6)$$

Mint láthatjuk, minél nagyobb a P_0 annál nagyobbak lesznek az átlagos nyomáskülönbségeknek is. Ezért a kísérleti összeállításához olyan hangszórókat kellett használni, amelyek nagy nyomásamplitúdójú hanghullámot bocsátanak ki, erre leginkább a piezoelektromos módon működő hangszórók a megfelelőek. A statikus nyomáskülönbségekből következik, hogy a hangnyomásból származó erőnek léteznie kell. Ha egy tárgy lebeg, a hangnyomásból származó erőnek felfelé kell mutatnia, hogy kiegyenlítse a gravitációs erőt. Ez akkor történhet meg, ha a lebegő tárgy alatt nagyobb a nyomás, mint a lebegő tárgy fölött. Az átlagos nyomáshullámot (10) az 1b. ábra mutatja, a

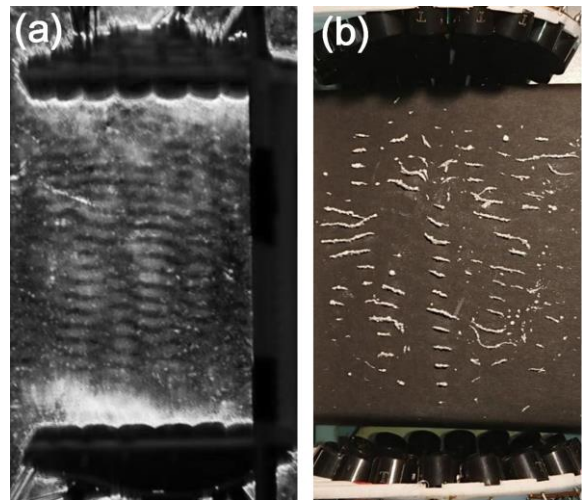
piros körök azokat a helyeket mutatják ahol a levitáció létrejöhet.

Ezek a helyek egymástól fél hullámhossz távolságra helyezkednek el (hiszen a p_2 állóhullám kétszeres hullámszámú) tehát a lebegő tárgyak közötti távolság [4]:

$$d = \frac{\lambda}{2} = \frac{c}{2f} \quad (7)$$

Az elmélet megerősítése

Első lépésként azt mutattuk meg Schlieren-optika [5] segítségével, hogy állóhullámoknak és nyomáskülönbségeknek valóban létezniük kell. Az 2a. ábra mutatja az így készült képet, a fehérebb részek azok a helyek ahol a nyomásváltozás a legnagyobb.



2. ábra. (a) Schlieren optikával készült kép. (b) Vízszintesre állított eszközben a finom por elrendeződik.

Ezután megmértük a lebegő tárgyak közötti távolságot, ehhez a levitátort eldöntöttük, és finom port szórtunk egy papírra, a por ott gyűlt össze ahol a tárgyak lebegni tudnak, ezt mutatja a 2b. ábra. A (11) képlet alapján az elméleti távolság 4,25 mm, általunk mért pedig $4,38 \pm 0,2$ mm tehát jó eredményt kaptunk. A kísérletet lebegő tárgyakkal is elvégeztük, és így is hasonló eredményekre jutottunk.

Mennyire tudjuk a módszerrel mozgatni a tárgyakat?

Kicsiny tárgyak esetén a hangnyomásból származó erő a (6) összefüggés alapján levezethető

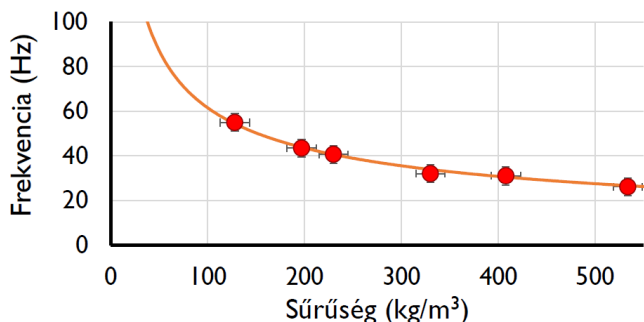
$$F_{radiation}(x) = V \frac{P_0^2 k}{2\rho_0 c^2} \sin(2kx), \quad (8)$$

ahol V a lebegő tárgy térfogata. Ahhoz hogy az átlagos nyomást (6) és a tárgyra ható erőt (8) a levitátorban meghatározzuk ismernünk kell P_0 pontos értékét. Mivel a használt hanghullám frekvenciája 40 kHz, a nyomás 40000-szer változik másodpercenként, ezért

hagyományos módszerekkel nem mérhető meg a nyomásamplitúdó. Megfigyelhető, hogy a lebegő tárgyak rezgőmozgást végeznek, ezért a hangnyomásból származó erő az egyensúlyi helyzet közelében rugóerőként viselkedik. Ha meg tudjuk mérni a rezgés frekvenciáját, a következő egyenlettel kiszámolható a nyomásamplitúdó:

$$P_0 = f \lambda c \sqrt{\rho_0 \rho_t} \quad (9)$$

Ahol f a tárgy rezgési frekvenciája, λ a hullámhossz, c a hangsebesség, ρ_0 a közeg, ρ_t a tárgy sűrűsége. Több különböző sűrűségű tárggyal végeztünk méréseket, a tárgyak mozgását nagysebességű kamerával rögzítettük (1200 fps) majd a frekvenciájukat a Tracker program segítségével határoztuk meg. A 3. ábra mutatja a mérési eredményeket, melyből kiszámolható P_0 értéke, ami a mérések alapján 1957 ± 113 Pa. Ebből következik p_2 amplitúdója, tehát az a nyomáskülönbség, ami miatt a tárgyak lebegnek, ennek az értéke mindössze $6,77 \pm 0,63$ Pa.

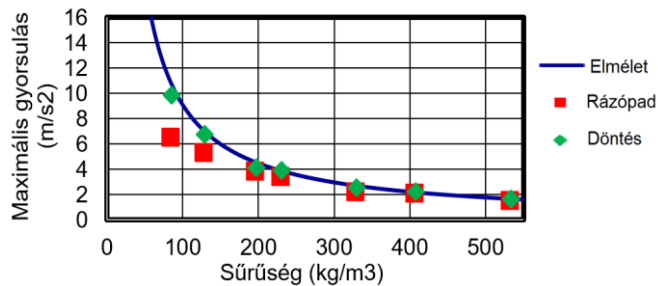


3. ábra. Különböző sűrűségű testek lebegés közbeni rezgési frekvenciája. A pontok a kísérleti adatokat, a folytonos vonal az elméleti görbét mutatja.

A lebegő tárgyak maximális oldalirányú gyorsulását szintén levezettük (ami az gyorsulás, amikor a levitátor nem tartja meg) a (8)-as egyenletből és Newton második törvényéből:

$$a_{max} = \frac{P_0^2 k}{2 \rho_0 c^2 \rho_t} \quad (10)$$

A gyorsulás értéke meghatározható a levitátor döntésével is, ebben az esetben $a_{max} = g \sin(\alpha)$. Itt g a gravitációs gyorsulás α az a szög, amellyel eldöntve a levitátort a lebegő tárgy leesik. A maximális gyorsulást egy rázópadon is meg tudtuk mérni. Az eredményeket a 4. ábra mutatja.



4. ábra. Testek maximális gyorsulásának kísérleti és elméleti eredményei.

Mint látjuk a döntéses kísérlet eredményei jól egyeznek az elméleti értékekkel.

A levitátorban megpróbáltuk elhangolni az alsó és a felső hangszórókat, ami az jelenti, hogy az egymáshoz képesti fázisát megváltoztattuk $\Delta\varphi$ -vel. Ebben az esetben azt tapasztaltuk, hogy a tárgyak a levitátorban elkezdtek mozogni felfele vagy lefele, attól függően hogy melyik irányba toltuk el a fázist. Mérések alapján a következő egyenlet adja meg a Δx távolságot amivel a lebegő tárgy $\Delta\varphi$ fáziseltolás hatására arrébb megy:

$$\Delta x = \frac{\lambda \Delta\varphi}{2 \cdot 2\pi} \quad (11)$$

Tehát ha az első és felső részt egymáshoz képest 2π -vel toltuk el, akkor a tárgyak $\lambda/2$, azaz 4,25 mm-t mozogtak.

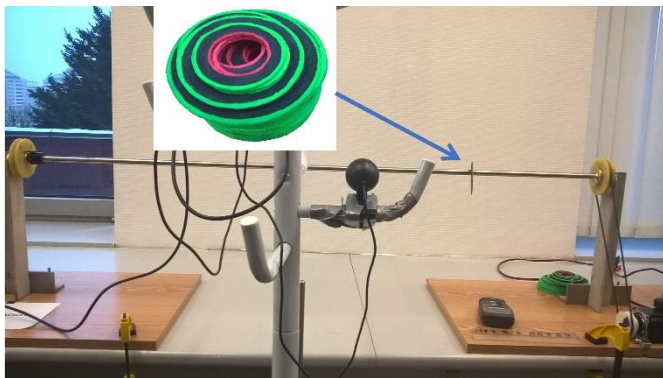
Összességében elmondható, hogy sikerült megvalósítani a manipulációt és megadtuk a annak elméleti háttérét. Nehezebb tárgyak mozgatásához természetesen jóval erősebb hangszórókra lenne szükség.

Nagy Dániel

2) Olajozott gyűrűk

Egy olajozott vízszintes henger egyenletes sebességgel forog a tengelye körül. Készíts egy karton gyűrűt úgy, hogy a belső sugara körülbelül kétszer akkora legyen, mint a hengeré. A gyűrű dőlésétől függően mindkét irányban végigmozoghat a hengeren. Vizsgáld meg a jelenséget!

A feladat szövege leírja a mérési összeállítás alapjait, ám számtalan kérdés is felmerül, többek között, hogy miért kell kartonpapír gyűrűket használni, ha az olajos rúd ezeket könnyen tönkretetheti. Az első lépés a változtatható paraméterek megállapítása: a gyűrű külső és belső sugara, vastagsága, tömege, anyaga; a rúd átmérője, hossza, felszíne, forgási sebessége. Ezen paraméterek változtatását figyelembe véve készült el az 5. ábrán látható összeállítás.

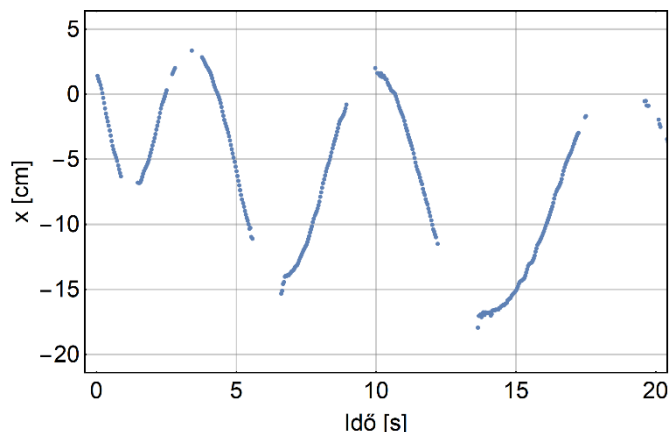


5. ábra. Az olajozott gyűrűk probléma kísérleti összeállítása. Az ábrába szerkesztett kis képen láthatók a kísérletekben használt gyűrűk.

A rudat két csapágyazott pillér tartja, és egy ékszíjon keresztül egy léptetőmotor forgatja. A rudat vízszintesen szemből egy kamera figyeli. A kamera által rögzített videókat későbbi feldolgozásra számítógépen tároljuk. A kezdeti feltételek kontrollálására egy kioldó szerkezetet készítettünk, mely a gyűrűket a megfelelő pillanatban reprodukálható szögéből engedte szabadon.

Mint ahogy az 5. ábrán látható, a gyűrűk jól meghatározott módon festve voltak: külső élük zöld, belső élük piros. A köztes terület egyik oldalán fehér, hátoldalán fekete volt. Az élénk, és jól megkülönböztethető színeknek köszönhetően a mozgástól gyakran elmosódott videókon is lehetséges volt egy saját fejlesztésű tracker programmal követni a gyűrű helyzetét. A programot a Python nyelven írtuk, és a képfeldolgozáshoz általános OpenCV csomagot használtuk. A videókat a program képkockáról képkockára elemezte: először a szokványos RGB (piros, zöld, kék) színmodellből a HSV (árnyalat, telítettség, világosság) modellbe alakította a képet, mivel így kényelmesebb az objektumok színét elemezni. Ezután megkereste a piros és zöld színű pixeleket, és elkülönítette a gyűrűt alkotó, viszonylag egybefüggő halmazt a háttérzajban felbukkanó egy-egy pixeltől. A kúpszeletek tulajdonságaiból következik, hogy egy térbeli körgyűrű leképzése kamerával mindig ellipszis lesz, így a program a két pixelhalmazra ellipszist illesztett. Mivel a gyűrű valós adataiból ismert a két ellipszis nagytengelyének aránya, mely a leképzés során változatlan, a két illesztett ellipszist egyesíteni lehet, hogy a mérési zaj szintjét csökkentsük. Mindezen felül a program elemezte a gyűrű belső részének színét (fekete vagy fehér), és ez alapján eldöntötte, hogy melyik oldalát látjuk. A leképzett, korrigált külső-él ellipszis pixelekből mért elhelyezkedése, a kamera felbontása és nyílásszöge, valamint a gyűrű valós adatai, és látott oldala segítségével meghatározható a gyűrű adott pillanatbeli eredeti, térbeli helyzete, a kamera koordinátarendszerében. És mivel a kamera vízszintesen, merőlegesen a tengelyt nézte, ebből a gyűrű koordinátái a rúd rendszerében is meghatározhatók. Megfelelő mozgó átlagokkal és numerikus differenciálszámítással a

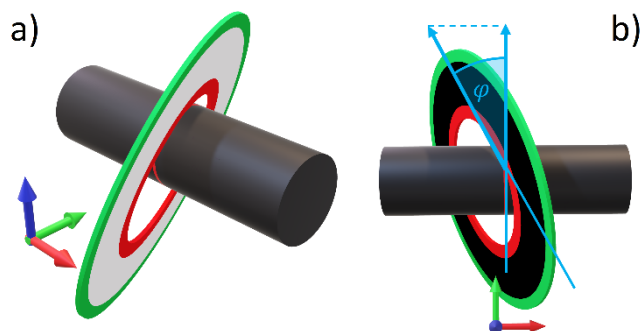
pillanatnyi sebességet és gyorsulást is meg tudtuk határozni (természetesen egyre növekvő numerikus hibával). A pozíció követés eredménye a 6. ábrán látható. Jól látható, hogy a gyűrű egyre növekvő amplitúdójú és periódus idejű oszcillációt végez.



6. ábra. A gyűrű mozgásának hely (x) – idő grafikonja

A mozgás elméleti leírása.

Helyezzünk a rendszerre egy olyan koordinátarendszert, melyben az x (piros) tengely a rúddal párhuzamos, a z (kék) felfelé mutat, az y (zöld) pedig merőleges a rúdra és a függőlegesre, a jobbkezes-szabály szerint. A jelenség megfigyelésével tapasztaltuk, hogy a gyűrű és a rúd érintkezési pontja jó közelítéssel mindig legfelül helyezkedik el, továbbá a gyűrű tömegközéppontja az érintkezési pont alatt van, azaz a gyűrű mozgás közben is "csüng" a rúdon. A gyűrű a függőleges tengely körül még mindig elfordulhat: ezt a szabadsági fokot a gyűrű síkjának és a rúdra merőleges síknak a φ szögével írtuk le (7. ábra).



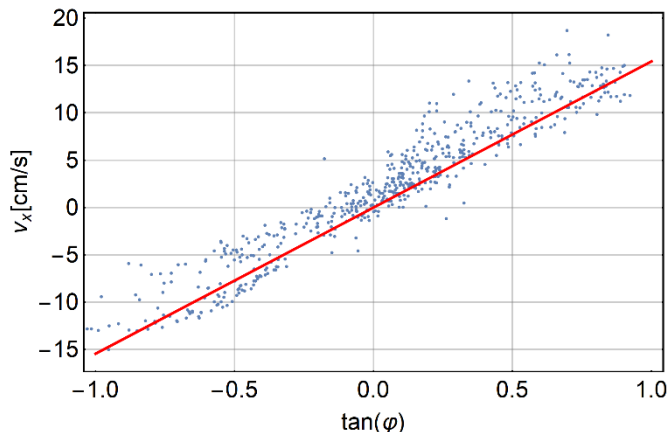
7. ábra. (a) A mozgás elméleti leírásához használt koordináta-rendszer, valamint (b) felülnézetből a φ szög értelmezése.

Fontos megfigyelés továbbá, hogy a gyűrű és a rúd nem csúszik meg egymáson, azaz az érintkezési pontbeli sebességeik egyenlők. Ennek következtében természetesen a gyűrű forog a saját tengelye körül. Amennyiben $\varphi \neq 0$, a saját tengely körüli forgás miatt annak lenne x irányú komponense is az érintkezési pontban, ám a rúdnak csak y irányú komponense van. Ennek következtében a gyűrűnek kell, hogy legyen egy v_x haladási sebessége, hogy az érintkezési pontban a sebességek egyensúlya fennmaradjon.

Amennyiben v_y a rúd (és gyűrű) pontbeli sebessége az y irányban, és v_x a gyűrű sebessége az x irányban, a φ szög definíciójából következik, hogy $\tan \varphi = v_x/v_y$. Amennyiben a rúd sugara r , és szögsebessége ω_c , felszínének v_y sebessége $r \cdot \omega_c$, így:

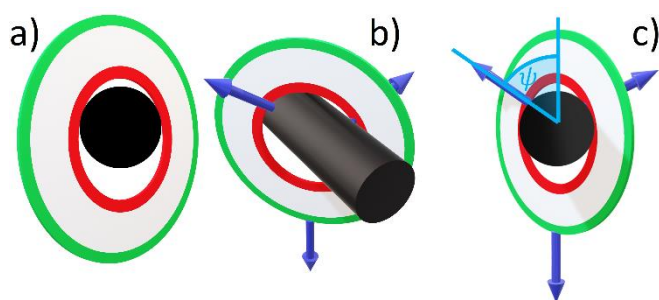
$$v_x = r \cdot \omega_c \cdot \tan \varphi. \quad (12)$$

Ezt az összefüggést kísérletileg is igazoltuk (lásd a 8. ábra).



8. ábra. Az x irányú sebesség és a korong elfordulási szögének függvénye. Piros vonal: elméleti érték, kék pontok: mérési adatok.

A sebesség nem más, mint a hely idő szerinti deriváltja, így $\varphi(t) \rightarrow v_x(t) \rightarrow x(t) + x_0$, a $\varphi(t)$ függvény meghatározza a gyűrű hely-idő függvényét. Amennyiben a φ szög időben állandó lenne, a hely idővel arányosan változna. A valóságban φ nem marad időben állandó, így a sebesség nem maradhat állandó. Gondoljunk meg egy olyan szélső esetet, ahol a gyűrű olyannyira elfordul φ irányban, hogy a rúdra merőleges vetülete az 9. ábrán látható módon sokkal vékonyabb lesz. Ekkor a gyűrű geometriai okokból kénytelen felemelkedni.



9. ábra. (a) A korong egy kritikus szögnél nagyobb elfordulása esetén geometriai okok miatt kénytelen felemelkedni. (b) Ebben az esetben a gyűrűre ható erők sematikusán. (c) A ψ szög definíciója.

A gyűrűre ekkor a 9. ábra alapján forgatónyomaték hat. Amennyiben az érintkezési pontok az 9c. ábrán látható módon $\psi(\varphi)$ szögben helyezkednek el, a gyűrűre ható nyomóerők: $F_z = mg/2$, $\tan \psi = F_y/F_z$, így

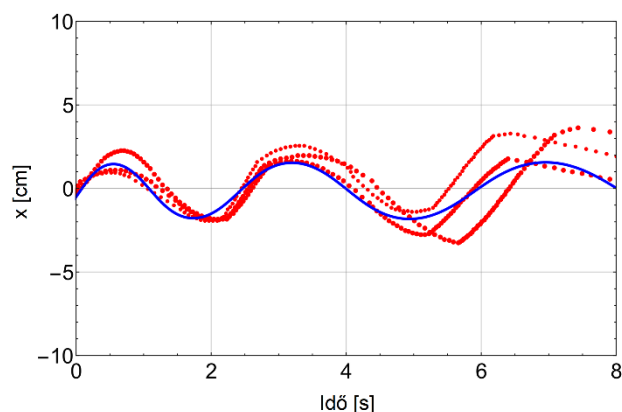
$$F_y = \frac{1}{2} mg \tan \psi \quad (13)$$

erő fejt ki a forgatónyomatékat. Az erőkar: $r \tan \varphi \sin \psi$, így a forgatónyomaték: $M = -mg \tan \psi r \tan \varphi \sin \psi$. Az $I \ddot{\varphi} = M$ egyenlet, és a forgatónyomaték előjele miatt tehát φ és $\ddot{\varphi}$ között negatív a visszacsatolás, így $\varphi(t)$ oszcillálni fog:

$$\ddot{\varphi} = -\frac{4gr \tan \varphi \tan \psi \sin \psi}{(R_{out} + R_{in})^2} - C \dot{\varphi} |\dot{\varphi}| \quad (14)$$

Amennyiben a gyűrű vastagságát figyelembe vesszük (mely elfordulásakor igen lényeges, és nem elhanyagolható torzulást okoz) $\psi(\varphi)$ függvény meghatározása zárt alakban szinte lehetetlen, numerikusan is lassú.)

Az egyenletben szereplő C tagot a megfigyelésekhez illesztjük, és a forgó gyűrűre ható légellenállás forgatónyomatékát képviseli szemempirikus módon.



10. ábra. Az azonos kiindulású mérések során a korong helye az idő függvényében (piros pontok) és a paraméterekhez tartozó elméleti görbe (folytonos kék vonal) összehasonlítása.

Mint az 10. ábrán látható, az elmélet jól közelíti a mérési görbe alakját. Érdeemes megjegyezni, hogy a feladat előírja, hogy a rúd és gyűrű sugara között körülbelül kétszeres szorzó legyen. Ugyan a szám pontos értékét számítással nem, de érveléssel alátámaszthatjuk: Amennyiben a gyűrű és a rúd mérete nagyon hasonló, a $\psi(\varphi)$ függés nagyon hirtelen nő, így a gyűrű kis φ szögtartományban ingadozna, és igazi távolság megtétele helyett egyhelyben remegne. Hasonlóan túl nagy gyűrű esetén a φ szög jelentősen megközelítené az abszolút elméleti maximum 90° -ot, ahol hatalmas sebességgel haladna oldalirányba, így a reálisan szereshető rudaknál sokkal hosszabb távra lenne szükség érdemes megállapítások tételéhez.

Szakály Marcell, Nagy Dániel

3) Sugárzó lámpás

Amikor fényképet készítünk egy világító lámpásról éjszaka, a képen megjelenhetnek a lámpás középpontjából kiinduló fénysugarak. Vizsgáld és magyarázd meg a jelenséget!

Ezt a jelenséget rengetegszer lehet látni jó minőségű fényképeken a hétköznapokban is (lásd 11. ábra).

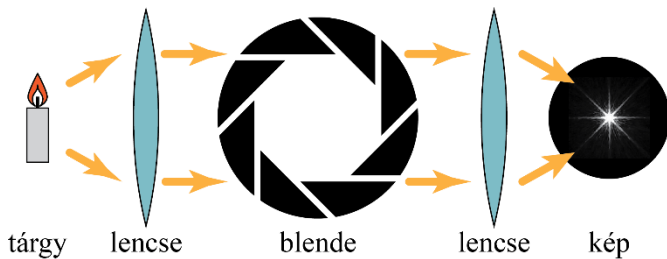


11. ábra. A Szabadság híd éjszakai képe. Körülötte jól láthatók a csillag alakú fények.

A jelenséget a fényképezőgép blendeje okozza azáltal, hogy amikor a fénycsugár áthalad a blendén, azok fényelhajlást szenvednek. Ahhoz, hogy a jelenséget jobban megértsük, ismernünk kell a Huygens–Fresnel-elvet, ami azt mondja ki, hogy egy hullámfront felbontható apró elemi hullámok összegére, amelyek fázishelyes összege (avagy interferenciája) adja a későbbi hullámfront alakját és amplitúdóját annak minden pontjában.

Interferencia abban az esetben lép fel egy pontban, ha azonos hullámhosszú hullámok találkoznak egymással és a fáziskülönbségük időben állandó. Ha ellentétes fázisban találkozik két hullám egymással, akkor gyengítésről van szó, és azonos amplitúdók mellett kioltás következik be. Ha a két hullám ugyanabban a fázisban találkozik egymással, akkor erősítésről beszélhetünk, ekkor a két hullám amplitúdója összeadódik.

A fényképezőgép-objektív leképezésének jobb megértéséhez tekintsük a 12. ábrát!

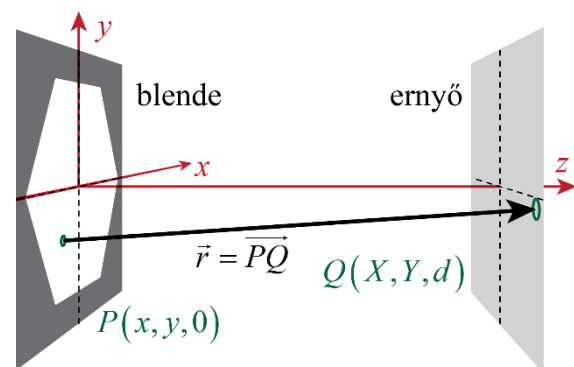


12. ábra. Sematikus ábra egy tárgy kamerával való leképezéséről

A tárgy a tér minden irányába fénycsugárakat bocsát ki, aminek egy, a fényképezőgép felé tartó részét az objektívben lévő lencse(rendszer) párhuzamosakká alakít először, így azok párhuzamosan haladnak ott, ahol a blende is található. Ezután egy második lencse(rendszer) a tárgy egy-egy adott pontjáról érkező fénycsugárakat más-más pontba fókuszálja, ami által egy bizonyos távolságban kép keletkezik, amit egy film vagy elektronikus eszköz (CCD) rögzít.

Elmélet

Az elmélet kidolgozását egy $\mathcal{A}(x, y)$, ún. apertúra függvénnyel kezdtük, ami azt adja meg, hogy egy adott fénycsugár áthalad-e a blendén, avagy sem. Ha a fénycsugár áthalad rajta, akkor a függvénynek egy lesz az értéke, amennyiben nem, akkor pedig nulla. Ezután meghatározhatjuk, hogy a fény mekkora utat tesz meg külön-külön a blende minden egyes pontjától az ernyő minden egyes pontjáig. Ennek felírásához a 13. ábrán látható koordináta-rendszert használtuk. A blendénél az x és y koordinátákat kis x és y -nal, míg az ernyőnél ugyanezt nagy X és Y -nal jelöltük



13. ábra. A modell koordináta rendszere és jelölései

Látható, hogy a z koordináta a blendénél nulla, az ernyő pontjainak a z koordinátája a d értéket veszi fel. Ezek alapján a Pitagorasz-tétel segítségével már meg lehet határozni, hogy mekkora utat tesz meg a fény a blendétől a kamera ernyőjéig.

$$r = \sqrt{(X - x)^2 + (Y - y)^2 + d^2} \quad (15)$$

Egy P pontból kiinduló elemi gömbhullám elektromos (avagy mágneses) térerősségének a járulékat egy Q pontban,

$$d\psi(t) = \psi_{P \rightarrow Q}(t) = \mathcal{A}(x, y) \cdot A \cdot$$

$$\cdot \sin(k_{\parallel} \sqrt{(X - x)^2 + (Y - y)^2 + d^2} - \omega t), \quad (16)$$

ahol A a blendére eső hullám amplitúdója, k_{\parallel} a hullámszám-vektor \overline{PQ} irányú komponense, ω a frekvenciája. Ez az egyenlet akkor ad jó közelítést, ha a blende méretéhez képest attól távol (vagy egy lencse fókusz síkjában) nézzük a térerősségeket (ez az ún. Fraunhofer-diffrakció esete). Ezt követően felösszegezhető a blende minden pontjáról kiinduló

elemi hullámok járulékát, így meghatározva az ernyő minden egyes pontjában a térerősséget.

$$\psi(X, Y, t) = \int_{\text{blende}} \mathcal{A}(x, y) \cdot A \cdot \sin\left(k_{\parallel} \sqrt{(X-x)^2 + (Y-y)^2 + d^2} - \omega t\right) dx dy \quad (17)$$

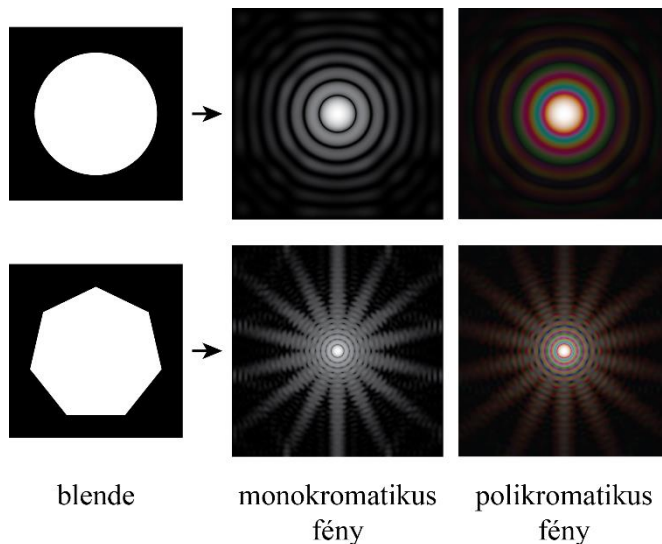
Ezután már csak a fényintenzitás eloszlását kellett kiszámolni, ami végső soron megmutatja, hogy az ernyő mely részein fogunk sötét és világos részeket látni. Ehhez felhasználtuk, hogy az elektromos (avagy mágneses) térerősség négyzete arányos a fény intenzitásával, amit egy periódusra időátlagolni kell, hiszen szemünk is csak ezt a kiátlagolt értéket érzékeli.

$$I(X, Y) \sim \left\langle \left(\int_{\text{blende}} \mathcal{A}(x, y) \cdot A \cdot \sin\left(k_{\parallel} \sqrt{(X-x)^2 + (Y-y)^2 + d^2} - \omega t\right) dx dy \right)^2 \right\rangle_t \quad (18)$$

Egyenlőséget akkor kapunk, ha – attól függően, hogy ψ -vel az elektromos, avagy mágneses teret jelöljük – ϵ_0 és μ_0 megfelelő kombinációjával ezt megszorozzuk. Azonban ennél a jelenségnél nekünk elegendő volt a relatív intenzitás-eloszlást ismerni.

Szimulációs program

Ahhoz, hogy kísérleti eredményeket összevegyünk az elmélettel, írtunk egy szimulációs programot, amelyben felhasználtuk azt a közelítést, hogy az ernyő effektív távolsága lényegesen nagyobb a blende méreténél, illetve, hogy a képet egy lencse segítségével képeztük le. Erre azért volt szükség, mert így egy sokkal gyorsabb matematikai módszert is alkalmazni lehet, nevezetesen a Fourier-transzformációt. A szimulációs program Pythonban készült, használata igen egyszerű. Meg kell adni a programnak egy fájlt, ami tartalmazza a blende alakját fekete-fehérben, valamint a fény hullámhosszát. Ezek után a program elkészíti a blende alakjától függően a szimulált diffrakciós képet.



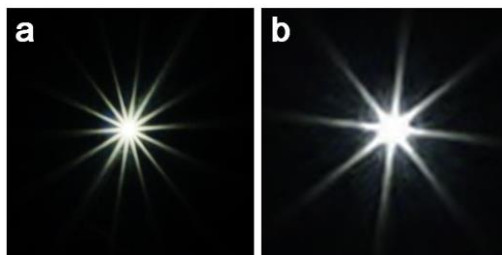
14. ábra. szimulációs képek

A 14. ábrán láthatjuk, hogy a szimuláció milyen diffrakciós képet számol mono- és polikromatikus (fehér) fényekre, kétfajta blende alak (kör és hétszög) mellett. A program a fehéret különböző színek összegeként kezeli, amit polikromatikusnak nevezünk az ábrán, mert csak véges sok szint adunk össze.

Kísérleti eredmények

Kísérleteink során többek között azt vizsgáltuk, hogy a blende mérete hogyan befolyásolja a kapott képet. Azt tapasztaltuk, hogy minél kisebb a blende, annál jobban látható a fényképen a jelenség. Ezzel szemben, minél nagyobb a blende, annál szélesebbek a fénysugarak, és kevésbé határozott csillag alak látható a képen.

Azt is vizsgáltuk, hogy a különböző lamella számú blendék hogyan befolyásolják a jelenséget. Azt tapasztaltuk, hogy ha a lamellák száma páros, akkor a lamellák száma megegyezik a csillag ágainak a számával. Ha pedig a lamellák száma páratlan, akkor a csillag ágainak a száma kétszerese a lamellák számának. Ez azzal magyarázható, hogy a fény minden lamellánál két irányba tör meg, így amikor a lamellák száma páros, akkor a szemközti ágak átfednek egymással, így két ágat egyként látunk. Páratlan számú lamella esetén a csillagok ágai között nincsenek átfedések, így minden elhajlást külön-külön láthatunk. A 15. ábrán saját fényképeink láthatók, olyan blendével, amelynek az (a) képen páratlan, míg a (b) képen páros számú lamellája van.



15. ábra. fényképek eltérő lamella számú blendével:
(a) 7 lamella: 14 ágú csillag (b) 8 lamella: 8 ágú csillag

Ezek mellett készítettünk fényképeket különböző fókusz távolságokkal is. Azt figyeltük meg, hogy ha a tárgy élesre van állítva, akkor a fénysugarak vékonyabbak és sokkal élénkebben láthatók, azonban, ha a fókusz távolság túl kicsi vagy túl nagy, akkor egyre inkább a blende alakja jelenik meg a fényképen.

Kovács Levente

Köszönetnyilvánítás

A versenyre való felkészülés és a versenyen való részvétel anyagi háttérét a MOL Nyrt., az Audi Hungaria és az Emberi Erőforrások Minisztériuma biztosította, valamint a nemzeti tehetség program NTP-NTMV-17-B-0001 számú pályázata. A tanulmány elkészítését a Magyar Tudományos Akadémia Tantárgy-pedagógiai Kutatási Programja támogatta.

Irodalom

- [1] Hömöstrei Mihály, Pham Thi Linh, Beregi Ábel, Laukó András, Béda Ármin, Nagy Péter, Ispánovity Péter Dusán, Jenei Péter: Ifjú Fizikusok Nemzetközi Versenye magyar szemmel. Fizikai Szemle, 2014/12.
- [2] [instructables.com/id/Acoustic-Levigator](https://www.instructables.com/id/Acoustic-Levigator) Akusztikus levitáció Asier Marzo-tól (megtekintés: 2018/08/23)
- [3] H. Bruus. „Acoustofluids 7: The acoustic radiation force on small particles” *Lab on a Chip*, Issue 6 (2012)
- [4] M. Hakan Kandemir, M. Caliskan: „Standing wave acoustic levitation on an annular plate” *Journal of Sound and Vibration*, Volume 382, Pages 227-237 (2016)
- [5] https://en.wikipedia.org/wiki/Schlieren_photography Schlieren photography - Wikipédia (megtekintés: 2018/08/23)