

Ifjú Fizikusok Nemzetközi Versenye 2018 – magyar szemmel – 2. rész

Gyulai Márton – Földes Ferenc Gimnázium, Miskolc
Kadlecsik Ádám – Tatai Eötvös József Gimnázium és Kollégium, Tata
Vavrik Márton – XIII. kerületi Berzsenyi Dániel Gimnázium, Budapest
Hömöstrei Mihály – Budapesti Német Gimnázium, ELTE TTK
Ispánovity Péter Dusán – ELTE TTK
Vincze Miklós – ELTE TTK
Jenei Péter (kapcsolattartó: jenei@metal.elte.hu, +36 30 5482080) – ELTE TTK

A cikk első részében már beszámoltunk 3 érdekes fizikai probléma vizsgálati eredményeiről az Ifjú Fizikusok 31. Nemzetközi Versenyéről. Most 3 újabb kis tanulmányt közlünk. A fejezetek szerzői most is versenyzőink. Minden fejezet egy problémát mutat be és közvetlenül az elején található a versenykiírásban szereplő eredeti problémaleírás dőlt betűvel szedve. Minden fejezet után félkövér, dőlt betűvel szedtük a fejezet szerzőjét.

Tesla szelep

A Tesla szelep egy állandó geometriájú, passzív, egyirányú szelep. A Tesla szelep egyik irányba sokkal nagyobb ellenállást fejt ki az áramlással szemben, mint a másikban. Készíts egy ilyen eszközt és vizsgáld meg a releváns paramétereit!

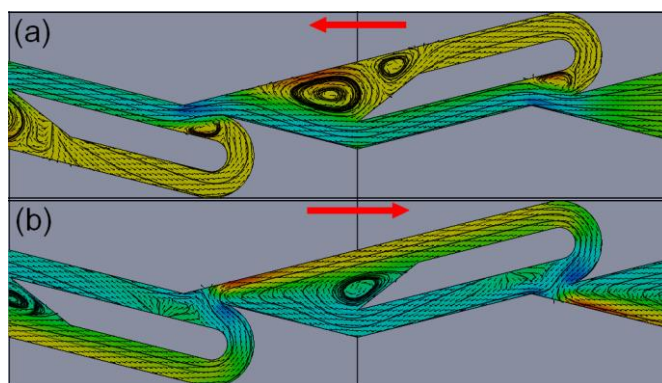
Tehát a feladat egy olyan mozgó alkatrészek nélküli szerkezet megalkotása volt, amelyben víz vagy egyéb folyadék áramolhat két irányban is, az egyik irányban lényegesen nagyobb ellenállásba ütközve, mint a másikban. Nevéből sejtethetjük, hogy Nikola Tesla találta fel 1920-ban [1] és előnye, hogy konstans geometriája miatt a konvencionális szelepeknél nehezebben hibásodik meg és kiválóan alkalmazható nehezen elérhető kutakban. Tesla eredetileg forró, oszcilláló gőz egyenirányítására használta, manapság pedig mikrofluidikában tűnt fel. Feladatomban volt a szelep előállítás, vizsgálata és optimalizálása.

Mint minden áramlástanban, az elrendezés geometriája fontos szerepet játszik. A szelep, ha gyors irányban folyik át rajta a folyadék (lásd 1a. ábra), alig fejt ki ellenállást, enyhén cikk-cakkozó mozgást végez.

Érezhető, hogy minél többit kell fordulnia az áramló közegnek, annál több energiát veszít, éppen mintha egy mozgó autóval kanyarodnánk. Ez az effektus még számottevőbb a lassú irányban, ahol esetenként teljesen meg is fordítjuk a folyadékot, "összeütköztetve" az egyenesen haladó anyagárammal.

Először a Tesla által használt geometriát valósítottam meg (lásd. 2a. ábra) a Solidworks szilárdtest modellező-

és tervezőprogrammal, melyben végeztet analízissel szimulálni is tudtam az áramlást, és 3D nyomtatásra is alkalmas modelleket tudtam készíteni.



1. ábra. Szimulációs kép a szelep jellemző áramlása (a) gyors, illetve (b) lassú irányban.

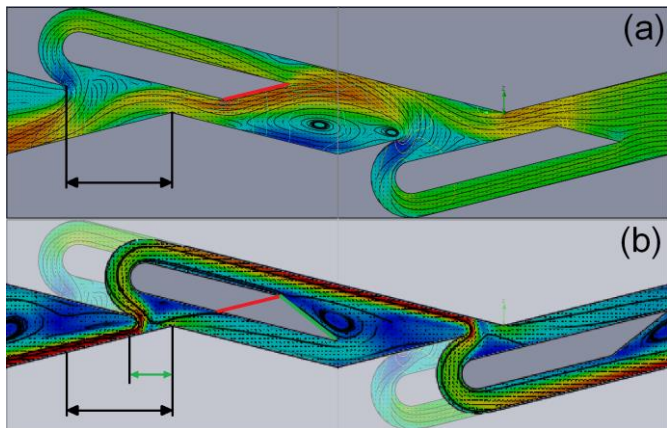
Egy szelep jóságai tényezője a diodicitása, vagyis lassú és gyors irányban, egy bizonyos v sebesség fenntartásához szükséges nyomásváltozások aránya:

$$D_i = \left(\frac{\Delta p_{lassú}}{\Delta p_{gyors}} \right)_v \quad (1)$$

Ez a Tesla-féle geometria esetében 1,7-nek adódott. A továbbiakban az volt a célunk, hogy ezt az értéket minél tovább növeljük.

Észrevehetjük, hogy egy terelő él (piros) az áramlás jó részét a főcsatornába tereli (lásd 2a. ábra). Ha ezt az élt az 2b. ábrán vázolt módon megfordítjuk, az áramlás a visszaforgató ágba fog koncentrálni, ahol több energiát veszít. A szimulációk azt mutatták, hogy ez a módosítás valóban jelentősen javította a szelepet. Ha csökkentjük a T-keresztződés kimenetének hosszát (vízszintes fekete nyíl), jobban egymásnak szorítjuk a két, ellentétes áramot, amik így még több energiát vesztenek. Az így optimalizált szelep szimulált diodicitása 3,22.

(a)



2. ábra. (a) Tesla eredeti terveinek megfelelő áramlási szimuláció (pirossal kijelölve a terelő él, a vízszintes nyilak a T-keresztvezetés hosszát jelölik), valamint (b) az általam módosított verzió.

Az optimalizált szelepet a BME Polimertechnikai tanszékén Polyjet technológiával nyomtattuk, és konstans nyomás alá helyeztük, melyet egy 107 cm magasan lévő túlfolyós tartállyal biztosítottunk.

Az első mérésekben 2 l víz lefolyási idejét mértem. Innen meg tudtuk határozni az átlagsebességét. De a diodicitást a nyomások arányaként definiáltuk, és ebből a mérésből csak sebességarányt tudunk számolni. A kettő közötti átváltásra Bardell [2] adott egy mélyebb bizonyítást, de ha végiggondoljuk, hogy a belépő p nyomás munkájából lesz a folyadéknak v^2 -tel arányos mozgási energiája, beláthatjuk: $p \sim v^2$

Ezt az összefüggést a szimulációk is megerősítik. Ezáltal a mért 1,8-as sebességarányból a diodicitás $3,24 \pm 0,02$, mely hibán belül azonos a szimulált értékkel (3,22).

Az energia elvesztésében igen fontos a turbulencia szerepe is. Ismerhetjük, hogy ezt a Reynolds-szám [3] írja le, mely ki is számolható például a szelep bármelyik belső felületére, mely egy a - b oldalhosszúságú téglalap:

$$Re = \frac{\rho v D_H}{\mu}, (2)$$

ahol

$$D_H = \frac{4ab}{2(a+b)}. (3)$$

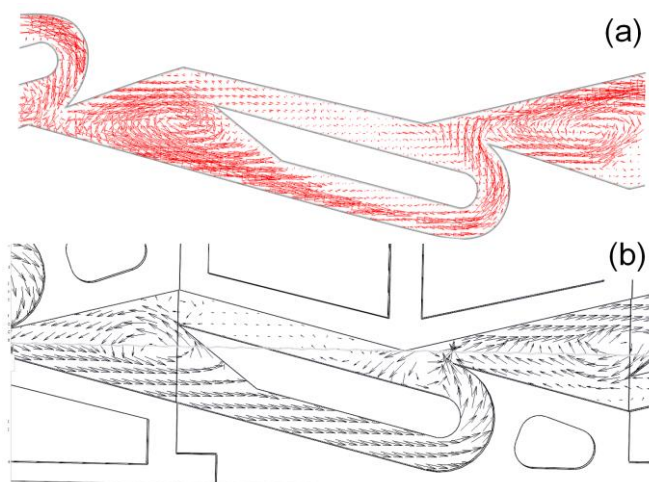
Esetünkben $a = 1 \text{ cm}$ és $b = 0,5 \text{ cm}$ a legszélesebb részen, $a = 0,3 \text{ cm}$ és $b = 0,5 \text{ cm}$ a legszűkebb részen. A kísérleteinkben kapott értékek $Re = 700$ és 5800 között szóródnak, melyre a sebességen kívül az is hatással van, hogy melyik keresztmetszetre számoljuk ki, így van, ahol így akár kétszeres lehet, mint máshol a szelepben. A lamináris-turbulens átmenet jellemző határszámát a szakirodalom sokféleképpen határozza meg, jellemzően 2000 és 13000 közötti értékeket találhatunk. Ezek szerint az áramlás általában a lamináris-turbulens átmenet közelében van, olykor egészen lamináris.

Ám ha lamináris lenne az áramlás, az áramlás sebessége független lenne az irányától. Tehát a diodicitásnak 1-nek kellene lennie. De nyilván nem ez történik! Léteznie kell, legalább az áramlási tér bizonyos részein turbulens disszipációnak is, és ennek erősebbnek kell lennie a lassú irányban. Ha ezt vizsgálni akarjuk, időben és térben kevésbé átlagolt sebességmérésre van szükségünk.

Erre egy lehetőség, hogy adott magasságból vízszintesen folyathatjuk ki a szelepből a vízszugarat. Ekkor, ha időnként lefotózzuk, majd a pálya egyenletéből meghatározzuk a kiindulási sebességét, akkor a sebesség időben időbeli változását követhetjük.

Talán a legpontosabb, ha a PIV (Particle Image Velocimetry) módszert használjuk. Ennek lényege, hogy a vízbe apró poliamid részecskéket helyezünk, és egy lézerekkel felülről megvilágítjuk a szelepet, majd egy kamerával képkockapárokat veszünk fel, melyek készítése között 1 ms telik el. A képeken a poliamid szemcsék mozgásából keresztkorrelációval meghatározható egy pontban a folyadék sebességvektora. Ehhez a módszerhez egy 5-ször nagyobb (3 elemes, 80 cm hosszú) szelepet vágattunk ipari lézerekkel, plexiből. Ez a módszert használtuk többek között a turbulencia vizsgálatára.

A PIV módszer másik előnye, hogy vektormezőt ad, és ilyet a szimulációból is tudunk exportálni. Így össze tudjuk hasonlítani a kettőt, mintegy leellenőrizve a szimulációk valóságtartalmát (vesd össze 3a és 3b. ábra). Ha ezt megtesszük, láthatjuk, hogy valóban hasonló az örvénylés és a visszaforgatás mechanikája, ugyanúgy látunk egy visszafelé folyást a középső csatornában (4. ábra), és úgy általában hasonló a sebességvektorok iránya és mérete.



3. ábra. Vektormező (a) PIV módszerből, valamint (b) szimulációból.



4. ábra. Egy képkocka az általunk készített videóból [4], mely azt mutatja, lassú irányban a fő áramlással ellentétesen mozog a víz közepén, azaz a nyíl irányában.

A turbulenciára a folyadék viszkozitása is hatással van, ezért diodicitást glicerín-víz keverék átfolytatásával is mértük, különböző koncentrációkban, és azt vettük észre, hogy nagy viszkozitásnál szinte 1-nek adódott a diodicitás.

Összességében többféle módon építettem és elemeztem a szelepeket, melyekben fontos a geometria és a viszkozitás szerepe, és sikerült előállítanom 3,24-es diodicitású szelepet is, mely igen közel áll az elméleti jóslatokhoz.

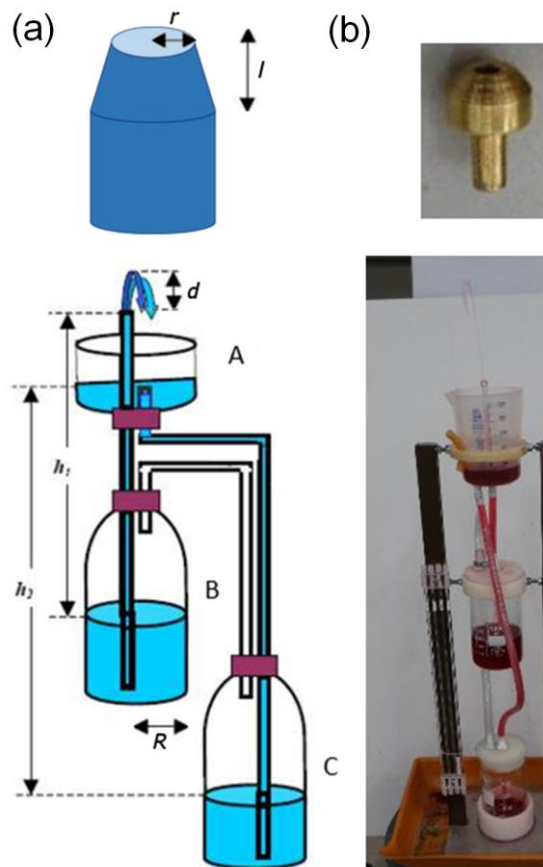
Vavrik Márton

Hérón szökőkútja

Építs egy Hérón szökőkutat és magyarázd meg hogyan működik! Vizsgáld meg hogy a releváns paraméterek hogyan befolyásolják a vízoszlop magasságát!

Hérón szökőkútja (lásd 5. ábra) a következőképp épül fel: három tartályból áll, melyeket csövek kötnek össze. A legfelső 'A' tartályból indul egy cső a legalsó 'C' tartályba. Ezt egy másik cső összeköti a középső 'B' tartállyal. 'B' tartályból indul a kimeneti cső, amin keresztül a vízszugár kilövell. Az 'A' tartály teteje nyitott, a többi hermetikusan le van zárva. Az ábrán a kék színnel jelzett csövekben víz folyik, a fehérben levegő áramlik.

A jelenség folyamata: Töltsük meg a 'B' tartályt, ezután öntsünk vizet az 'A' tartályba. 'A' tartályból a víz lefolyik 'C'-be. Ott összenyomja a bent lévő levegőt, így nyomása megnő. A levegő egy része átáramlik 'B' tartályba. Itt a megnövekedett belső nyomás kinyomja a vizet a kimeneti csövön keresztül.



5. ábra. Hérón szökőkút (a) sematikus képe és (b) fényképe. Felül a kimeneti cső végére illeszthető szűkítő látható. Kicsi r a szűkítő sugarát, nagy R a középső tartály sugarát, l a szűkítő hosszát, d a vízszugár hosszát, h_1 és h_2 a két fontos vízoszlop magasságát jelöli.

Két vízoszlopot vehetünk észre, h_1 -et, és h_2 -öt. Könnyen belátható, hogy míg a h_2 -es vízoszlop hidrosztatikai nyomása kinyomja a vizet a 'B' tartályból, addig a h_1 -es nyomása ennek ellen tart. Ebből az következik, hogy a rendszer által létrehozott nyomás a 'B' tartályban levő folyadékra:

$$p_{hid.} = \rho \cdot g \cdot h_2 - \rho \cdot g \cdot h_1 = \rho \cdot g \cdot d \quad (4)$$

ahol d a vízszugár – elvi, maximálisan elérhető – magassága. Ezzel az egyenlettel már becslést adhatnánk a szökőkút várható magasságáról, viszont ne feledkezzünk meg a különböző nyomásvesztéssel járó folyamatokról. Ilyen folyamatok például a viszkózus súrlódás, esetleges turbulens áramlások, stb. Ezeket a nyomásvesztéseket jelöljük p_v -nek. Ennek a levezetése nagyon hosszú, ezért nem részletezzük – de feltehetjük, hogy a veszteség nagysága arányos a folyadék áramlási sebességével (v_b) a középső tartályban, a folyadék ρ sűrűségével és a nehézségi gyorsulással:

$$p_v = C\rho g v_b \quad (5)$$

ahol C a kút ellenállását jellemző – méréssel meghatározható – konstans és v_b a középső tartályban a vízszint változásának a sebessége, azaz a rendszer egy tipikus áramlási sebessége. A feladat megoldása során vizsgáltuk azt a lehetőséget is, ha a kimeneti cső végére egy szűkítőt helyezünk. Az ottani nyomásvesztés értékét a Hagen-Poiseuille törvény segítségével közelítettük:

$$p_{sz} = \frac{8\mu \cdot l \cdot v_k}{r^2} \quad (6)$$

ahol μ a dinamikai viszkozitás, l a szűkítő hossza, v_k a vízszög sebessége, r a szűkítő sugara. A (4)-es egyenletet az (5)-ös és (6)-os egyenletekkel – mint negatív előjelű tagokkal – kiegészítve, d -re átrendezve, kiegészítve egy a légellenállás hatását leíró empirikus C_{le} konstanssal, a következő egyenletet kapjuk a vízszög magasságára:

$$d = C_{le} \frac{1}{2g} \left(- \left(\frac{8\nu l}{r^2} + Cg \frac{r^2}{R^2} \right) + \sqrt{\left(\frac{8\nu l}{r^2} + Cg \frac{r^2}{R^2} \right)^2 + 2 \cdot g \cdot H} \right) \quad (7)$$

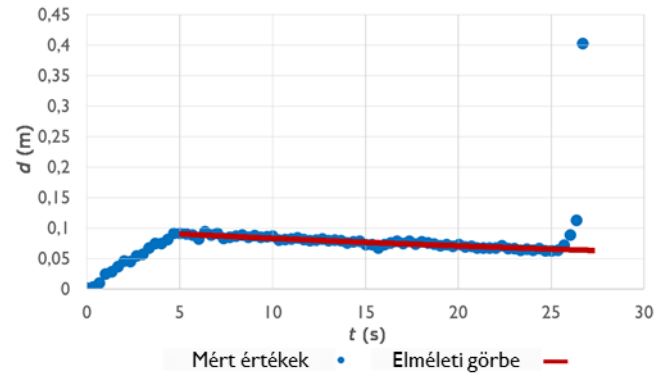
ahol ν a kinematikai viszkozitás, R a középső tartály sugara és nettó vízszintkülönbség $H = h_2 - h_1$. A (7) egyenlet magában foglalja az összes fontos paraméter hatását d -re.

A 6. ábrán láthatunk egy tipikus mérési eredményt a szökőkút magasságára (d -re) az idő függvényében. A függvény alapján a folyamat három szakaszra bontható: egy kezdetire, középsőre és végsőre. A kezdetiben d folytonos növekedését láthatjuk, hiszen ebben a fázisban folyik le a víz 'C' tartályba, és alakítja ki a h_2 -es vízszögöt a csőben. Ebben a szakaszban is érvényesek a korábban bemutatott megfontolásaink, ám azokat még a levegő közel adiabatikus összenyomódásával is ki kell egészítenünk – melyet már numerikus módszerekkel számoltunk. A középső szakaszra azonban egzaktul igaz a (7)-es egyenletünk, ami az idő függvényeként

$$d(t) = C_{le} \frac{1}{2g} \left(- \left(\frac{8\nu l}{r^2} + Cg \frac{r^2}{R^2} + 2g \frac{r^2}{R^2} t \right) + \sqrt{\left(\frac{16\nu l}{r^2} + Cg \frac{r^2}{R^2} + 2g \frac{r^2}{R^2} t \right)^2 + 2 \cdot g \cdot H_0} \right) \quad (8)$$

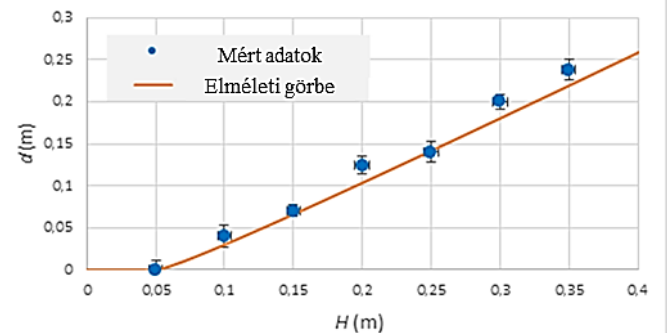
alakban írható fel, ahol H_0 a középső szakasz kezdetén mért nettó vízszintkülönbség. A 6. ábrán látható, hogy ez nagy pontossággal becsli meg a szökőkút magasságát a középső szakaszban. A végső szakaszban egy heves kilövellést tapasztalunk. Ennek oka, hogy a kísérlet

végénél a középső tartály szinte üres, és a kimeneti csőbe levegőbuborékok kerülnek, amik megtörik a h_1 -es vízszögöt, így megszüntetve annak az ellennyomását.



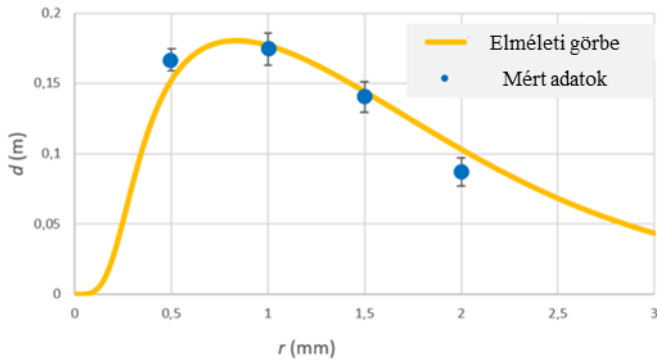
6. ábra. A szökőkút (kiáramló vízszög) magassága (d) az idő függvényében, mely jól láthatóan 3 szakaszra különül el. Elméletünk a középső, leghosszabb szakaszra érvényes. Erre a részre az elmélet által jóslott egyenest is berajzoltuk.

Nézzünk meg néhány paramétert közelebbről. A 7. ábrán a szökőkútból folyamatosan kiáramló vízszög legnagyobb magasságát (d) – eltekintve a végső kilövelléstől – láthatjuk a két tartály nettó vízszintkülönbségének (H) függvényében. A függvényen jól látható, hogy addig nem keletkezik vízszög, amíg $H < 5$ cm. Ez azért van, mert a kimeneti cső végén egy vízbuborék keletkezik, aminek a felületi feszültsége akadályozza a folyadék kiáramlását. Mint láthatjuk, ennek az értéke megegyezik 5 cm magas vízszög hidrosztatikai nyomásával.



7. ábra. A szökőkút (kiáramló vízszög) magassága (d) a nettó vízszintkülönbség (H) függvényében.

A 8. ábrán szökőkút magasságát a szűkítő sugarának függvényében láthatjuk. Vegyük észre, hogy a túl keskeny és a túl vastag szűkítő is alacsonyabb vízszögöt eredményez. Az egyenletről az ideális méretet is leolvashatjuk, ami – a mi esetünkben – kb. 0,75 mm.



8. ábra. A szökőkút (kiáramló vízoszlop) magassága (d) a szűkítő átmérőjének függvényében.

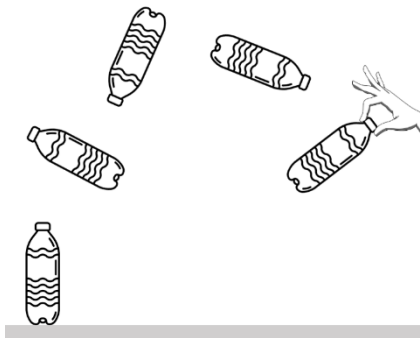
Hogyan érjük el a legmagasabb szökőkutat? 'B' és 'C' tartály között minél nagyobb távolságot kell tartanunk. Az optimális szűkítő mellett használjunk a viszkozitás csökkentésének érdekében forró vizet, vagy akár más anyagokat is. Használjunk vastag csöveket, amik ne csavarodjanak, így p_v -t a lehető legjobban lecsökkentsük.

Kadlecsik Ádám

Palackdobálás („Bottle flip”) játék

A „Bottleflip” játék során egy részben töltött műanyag palackot a levegőbe dobunk, úgy, hogy egy bukfcnc után egy vízszintes felületen landoljon stabil álló helyzetben. Vizsgáld meg a jelenséget és határozd meg milyen paraméterek mellett lesz a dobás sikeres!

A palack mozgását sematikusán az 9. ábra mutatja.

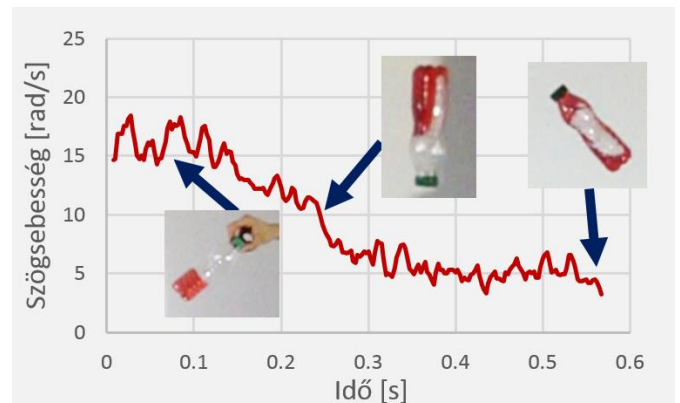


9. ábra. Palackdobálás játék közben a palack mozgása sematikusán

A kísérleteink során rengeteg dobást végeztünk, melyeket nagysebességű kamerával (500-1000 fps) rögzítettünk (lásd [5]). A kiértékelés egy általunk írt követőprogram segítségével történt. Ez Python nyelven íródott az OpenCV könyvtárat felhasználva, amely képes volt képkockáról képkockára a palack térbeli pozícióját, és szögelfordulását megállapítani.

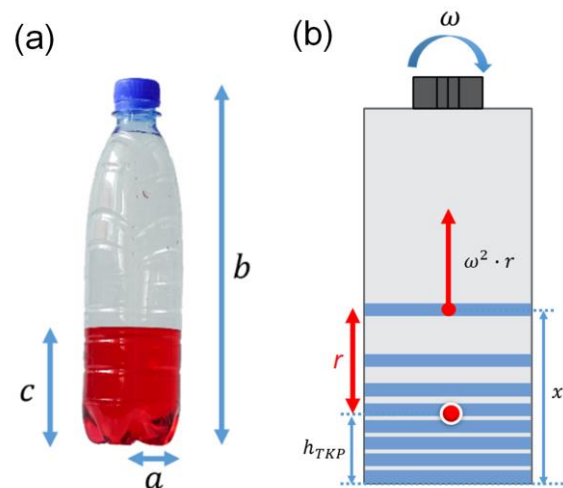
A jelenséget két fő részre lehet bontani: a palack levegőben való repülése és a földdel való ütközés.

Az elengedés után a palack kezdeti ω_0 szögsebességgel kezd el forogni a tömegközéppontja körül, amely pedig egy parabola mentén halad (a közegellenállást a kísérleteink alapján elhanyagolhatónak találtuk). Megfigyelésünk az, hogy a szögsebesség jelentősen lecsökken, amire a palack földet ér (10. ábra).



10. ábra. A palack szögsebessége az idő függvényében. A kis képek mutatják a folyadék elrendeződését a különböző fázisokban.

Ennek oka, hogy a víz a palackban szétterjed, így megnöveli a rendszer tehetetlenségi nyomatékát, következésképp lecsökken a szögsebesség. Ennek a komplex folyamatnak leegyszerűsítése végett az alábbi modellt alkottuk meg (11. ábra): legyen a palack szélessége $2a$, magassága b , a bele töltött vízmagasság c . A vizet felosztjuk N (kb. 100 db) diszkrét vízszintes rétegre. Jelölje a rendszer tömegközéppontját, a TKP pont!



11. ábra. (a) a palack méretének jelölései. (b) a számításoknál használt modell.

Ha a koordináta-rendszert a TKP ponthoz rögzítjük és ω -val forgatjuk, akkor valamennyi réteg tapasztalni fog egy origótól ellentétes irányba mutató gyorsulást a centrifugális erőnek köszönhetően, melynek nagysága

$$\ddot{x} = (x - h_{TKP}) \cdot \omega^2 \quad (9)$$

ahol x a kijelölt réteg magassága a palack aljától, h_{TKP} a tömegközéppont magassága a palack aljától és ω a pillanatnyi szögsebesség. A modellben a rétegeket úgy fogtam fel, mintha súrlódás nélkül mozgó dugattyúk lennének.

A tömegközéppont magassága a rendszerben lévő tömegek súlyozott átlagaként kapható meg:

$$h_{TKP} = \frac{M \cdot h_{TKP0} + \sum_{i=1}^n m_i \cdot x_i}{M + m} \quad (10)$$

Ahol M az üres palack tömege, h_{TKP0} az üres palack TKP-jának magassága, m_i és x_i egy vízréteg tömege és magassága, m pedig az összes víz tömege.

A szögsebesség időfüggésének meghatározásához az impulzusmomentum megmaradás tételét hívjuk segítségül:

$$\omega_0 \cdot \theta_0 = \omega \cdot \theta \quad (11)$$

ahol ω_0 a kezdeti szögsebesség, θ_0 a kezdeti tehetetlenségi nyomaték a TKP körül, ω és θ pedig adott a szögsebesség és tehetetlenségi nyomaték egy későbbi időpillanatban.

A rendszer tehetetlenségi nyomatéka a TKP körül az üres palack és az egyes rétegek tehetetlenségi nyomatékának összege:

$$\begin{aligned} \theta = & \theta_{palack} + M(h_{TKP} - h_{TKP0})^2 \\ & + \sum_{i=1}^N \frac{1}{4} m a^2 + \frac{1}{12} m \left(\frac{c}{N}\right)^2 \\ & + m(x_i - h_{TKP})^2 \quad (12) \end{aligned}$$

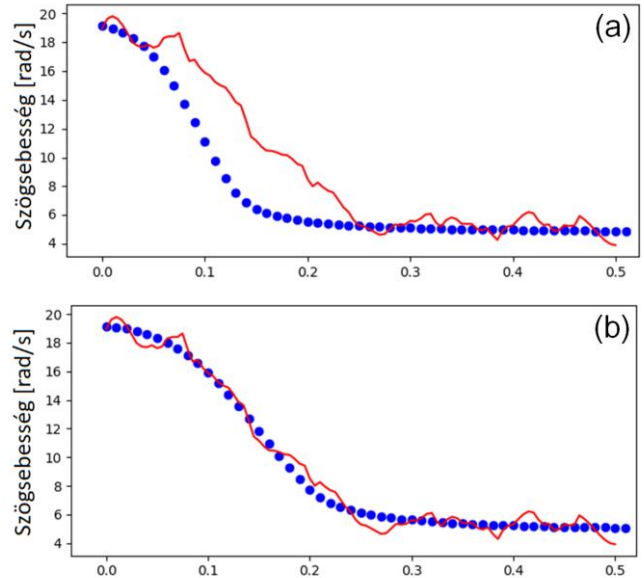
Ahol θ_{palack} : az üres palack tehetetlenségi nyomatéka a TKP-ja körül.

A 9-12 egyenleteket felhasználva megkapjuk a kiválasztott réteg gyorsulását adott vízréteg-elrendeződés esetén. Következő lépésként egy programot írtunk, mely kiszámolta minden réteg gyorsulását és az Euler-módszer alapján a palack szögsebességének időfüggését is megadta. (12. ábra)

Ez már egész jó kvalitatív egyezést mutat a mérési eredményekkel, azonban a még jobb eredmények eléréseért egy empirikus, mértékegység nélküli konstans vezettünk be az 9-es egyenletbe.

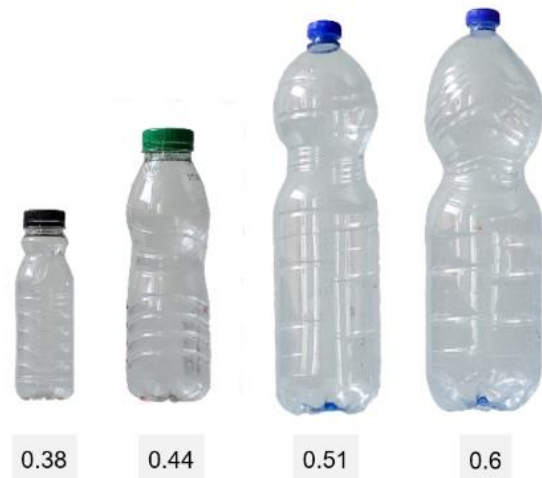
$$\ddot{x} = C \cdot (x - h_{TKP}) \cdot \omega^2 \quad (13)$$

Ennek oka az, hogy a víz nem teljesen úgy rendeződik át, mint ahogy azt a modellünk feltételezi. A víz a palack falához nyomódik, és a fallal való súrlódás, viszkózus súrlódás és az egyéb keveredési jelenségek miatt a víz lassabban rendeződik át. C paraméter helyes megválasztásával jól illeszkedő eredményeket kapunk. (lásd 12b. ábra).



12. ábra. A mért (piros, folytonos vonal) és számolt (kék, pontok) szögsebesség az idő függvényében (a) korrekció előtt és (b) után.

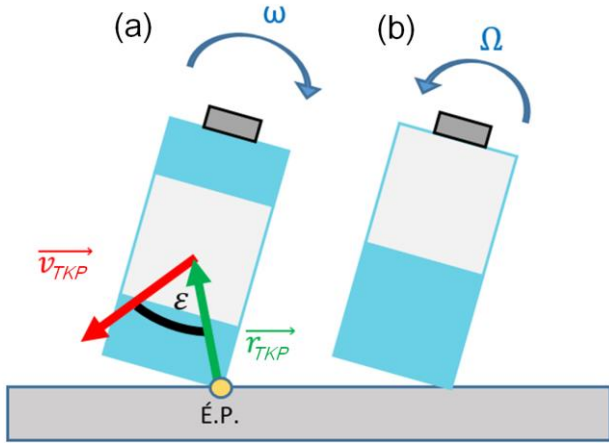
Kísérleteink alapján azt kaptuk, hogy C paraméter csak a palacktól függő állandó. A 13. ábrán láthatóak az általunk használt palackok és alattuk a hozzájuk tartozó C konstansok. Látható, hogy minél vékonyabb a palack, annál kisebb a C értéke, hiszen annál jobban akadályozza a víz átrendeződését.



13. ábra. A kísérleteinkben használt palackok és a C paraméter értékei.

A probléma második fontos része a talajjal való ütközés. A kísérletet elvégezve észrevehetjük, hogy a palack (ha nincs teljesen tele, vagy nem teljesen üres) nem pattan vissza földről. Ennek megfelelően az ütközést tökéletesen rugalmatlannak tekintettük. Érdekes kihangsúlyozni, hogy ez csak részben töltött palackok esetén áll fenn, hisz a víz elnyel energiát az ütközéskor. Kísérleteink alapján feltevésünk a palack 10%-os és 90%-os töltöttsége között helytálló.

Tegyük fel, hogy a palack \vec{v}_{TKP} translációs és $\vec{\omega}$ rotációs sebességgel ér földet (14. ábra).



14. ábra. A palack mozgása (a) ütközés előtt és (b) ütközés után. Az ábra mutatja az elméletben használt jelöléseket is.

Ütközéskor a víz lecsapódik a flakon aljára, majd az érintkezési pont körül kezd el forogni $\vec{\Omega}$ szögsebességgel. Az érintkezési pont körül felírható a impulzusmomentum-megmaradás tétele:

$$N_{előtte} = N_{utána}, \quad (14)$$

$$N_{transzláció} + N_{rotáció} = I_{É.P.} \cdot \vec{\Omega}, \quad (15)$$

$$\vec{r}_{TKP} \times (M + m) \cdot \vec{v}_{TKP} + \theta_{TKP} \cdot \vec{\omega} = \theta_{É.P.} \cdot \vec{\Omega}, \quad (16)$$

ahol \vec{r}_{TKP} az érintési pontból a TKP-ba mutató vektor, θ_{TKP} a rendszer tehetetlenségi nyomatéka a TKP körül, $\theta_{É.P.}$ a rendszer tehetetlenségi nyomatéka az érintési pont körül

Az ütközés utáni szögsebességre átrendezve:

$$\vec{\Omega} = \frac{\vec{r}_{TKP} \times (M + m) \cdot \vec{v}_{TKP} + \theta_{TKP} \cdot \vec{\omega}}{\theta_{É.P.}} \quad (17)$$

Attól függően, hogy a palack milyen szögben ér földet, különböző esetek léteznek. Ha a TKP a talpa felé esik, és ha nincs túl nagy forgási energiája, akkor talpon is marad. Azonban ha a TKP nem esik a talpa felé, de elegendően nagy forgási energiával rendelkezik, a talpára állhat a palack. Az első esetre a feltétel (a második esetben fordulna a reláció):

$$\frac{1}{2} \theta_{É.P.} \cdot \Omega^2 < \frac{1}{2} (M + m) \cdot \Delta h \quad (18)$$

$$\Omega < \sqrt{\frac{(M + m)g}{\theta_{É.P.}} \cdot \sqrt{a^2 + \left(\frac{c}{2}\right)^2} [1 - \cos(\varphi' - \alpha_1)]} \quad (19)$$

Ahol φ' és α_1 a leérkezési szög és a palack paramétereinek függvénye. Ezek alapján, ha ismerjük a földet érés paramétereit (szögsebesség, leérkezés szöge,

transzlációs sebesség, stb), akkor el tudjuk dönteni megáll-e a lábán vagy sem.

Az elméleti végeredmény meghatározásához a fent leírt modellt egy Python programmal számítottuk ki, mely a kezdeti paraméterek alapján kiszámolta a palack mozgását a levegőben, valamint az ütközés után. Ezek alapján eldöntötte, hogy a dobás sikeres vagy sikertelen lesz, azaz talpon marad vagy sem.

Elméleti modellünk pontosságát több száz felvételt kielemezve határoztuk meg. Azt tapasztaltuk, hogy 92%-os pontossággal egy sikeres dobást sikeresnek és egy sikertelen dobást valóban sikertelennek jósolt a program.

A feladatunk az volt, hogy a vizsgálataink alapján határozzuk meg azokat a paramétereket, mely növeli a sikeres dobás valószínűségét.

Az 15. ábra bemutat néhányat az eredményeink közül. A grafikonokon a pontok jelölik a kísérleti eredményeket, melyek mindegyike 100 dobásból megállapított valószínűséget jelent. Különböző magasság-szélesség arányú palackokkal dobva (15a. ábra) intuíciónkkal megegyező trendet figyeltünk meg, nevezetesen, hogy minél laposabb a palack, annál valószínűbb a sikeres dobás. Érdekesebb, hogy a tapasztalat és az elméleti jóslás is azt mutatja, hogy a valószínűségnek a töltöttség függvényében maximuma van, körülbelül az 1/3-ig töltött palacknál (15b. ábra). Végül a palack elengedési szögében is találtunk kedvező értéket (15c. ábra), a vízszintestől körülbelül 15°-kal lejjebb. Láthatóan ugyanaz a trend figyelhető meg a mért és elméleti értékek között, mely igazolja a modellünk helyességét.

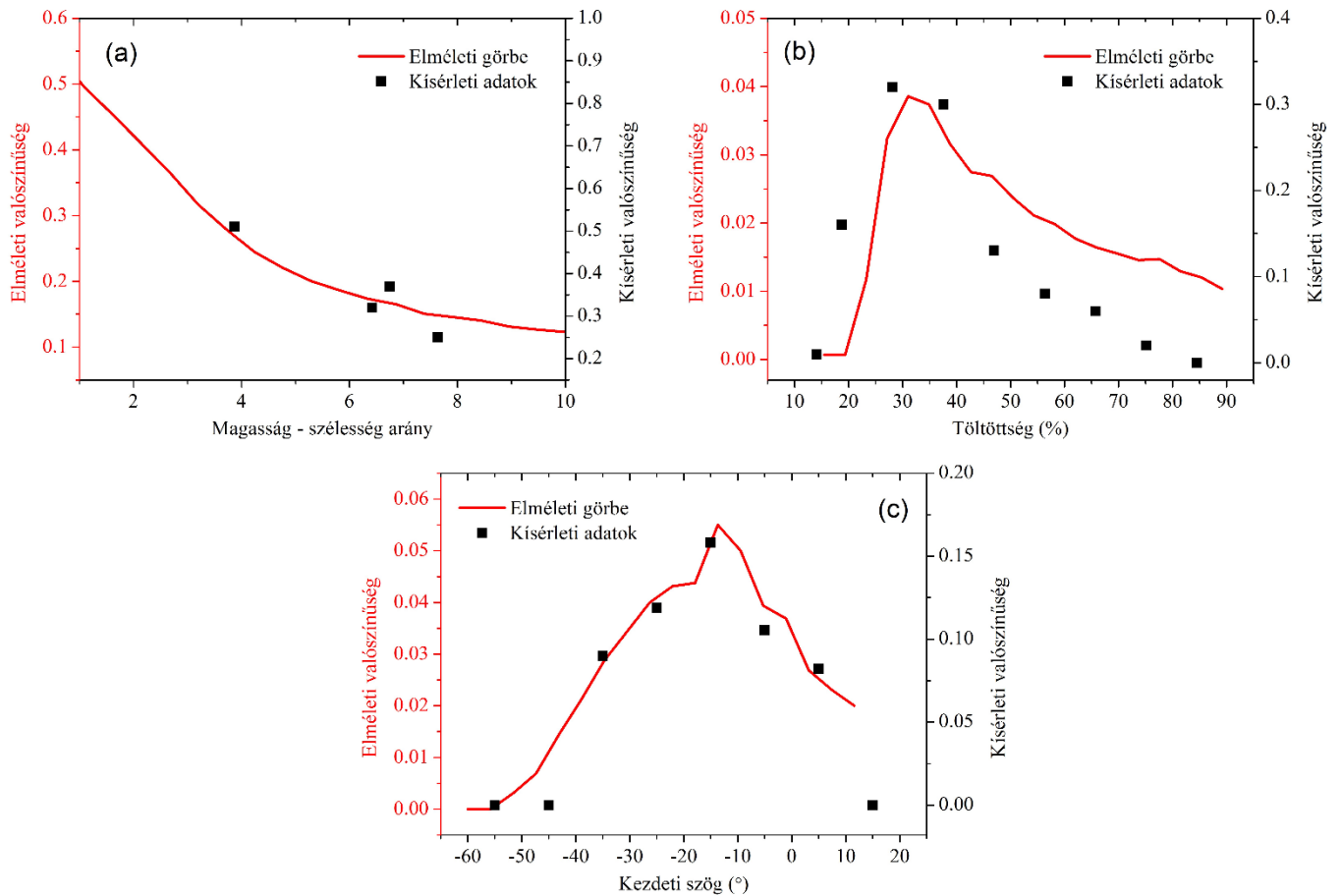
Összefoglalva néhány javaslat a sikeresebb dobások eléréséhez:

1. Minél laposabb a palack, annál jobb!
2. Körülbelül 1/3-ig töltsük meg a palackot vízzel!
3. Lendítéskor kicsit a vízszintes előtt engedjük el a palackot (-15°).

Gyulai Márton

Köszönetnyilvánítás

A versenyre való felkészülés és a versenyen való részvétel anyagi háttérét a MOL Nyrt., az Audi Hungaria és az Emberi Erőforrások Minisztériuma biztosította, valamint a nemzeti tehetség program NTP-NTMV-17-B-0001 számú pályázata. A tanulmány elkészítését a Magyar Tudományos Akadémia Tantárgy-pedagógiai Kutatási Programja támogatta. Köszönettel tartozunk a BME Polimertechikai Tanszékének a Tesla szelepek legyártásáért.



15. ábra. Különböző paraméterek mellett a sikeres dobások valószínűsége. A grafikonok dupla skálával vannak ellátva. A bal oldali az elméleti görbére (piros folytonos vonal), a jobb oldali a mért adatokra (fekete négyzetek) vonatkozik.

Irodalom

- [1] N. Tesla, Valvular conduit. U.S. Patent No.1,329,559, 1920.
- [2] R.L.Bardell, The Diodicity Mechanism of Tesla-type No-Moving-Parts Valves, 2000.
- [3] https://en.wikipedia.org/wiki/Reynolds_number.
- [4] M. Vavrik, Tesla szelep visszafelé folyás video, <https://goo.gl/RZST4w>.
- [5] Lassított videófelvétel a palackdobás („Bottle flip”) mutatványról: <https://youtu.be/jP0wcQOKz-0>