

2. Balloon airhorn

Bánóczki Tímea

Német Nemzetiségi Gimnázium és Kollégium

Hömöstre Mihály

Bevezetés

A kettes problémát, a „Balloon airhorn” címűt választottam. Ennél a feladatnál azt a jelenséget kell megvizsgálni, hogy amikor egy poharat a végén, illetve az oldalán kilyukasztunk, a tetejére lufit erősítünk és a pohár végén bedugott üreges csővel kifeszítjük, hangot adhatunk ki, ha befújunk a pohár oldalán lévő lyukon. A feladat során a különböző releváns paramétereket kellett megvizsgálnom, amik befolyásolhatják a létrejövő hangot.

Vizsgálati módszerek

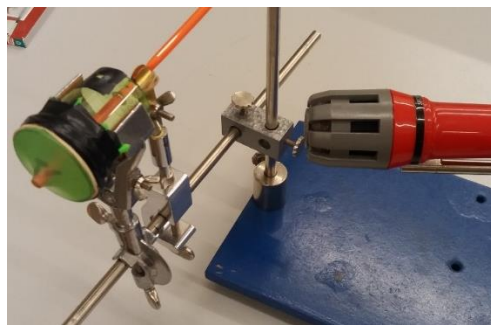
A méréseimhez eleinte lufit használtam, azonban később más anyagot kellett alkalmaznom, mert a lufi, nem teljesen gömb vagy sík, ezért nehezen lehetett például alapfeszítettségét meghatározni. Az ez után használt anyag, hasonló volt a lufihoz, szintén gumiból készült, fitness-szalagokat használtam a mérések során. Ezek közül 3 különböző erősségűt, hogy a mérési tartományom minél szélesebb legyen, így tudtam végül több mint 500 mérést végezni. Az üreges cső a méréseim során egy szívószál volt. Miután a pohár aljára és oldalára lyukakat készítettem egy forrasztó-pákával, ráfeszítettem a kivágott kör alakú szalagdarabot a pohár tetejére. Később a szívószállal megfelelő mértékig feszítettem a gumit. Az alapfeszítettséget úgy változtattam, hogy a 40 mm átmérőjű pohárhoz képest 32, 28, valamint 24 mm átmérőjű köröket rajzoltam a szalagokra, és ezeket feszítettem rá a pohárra (ezeknek az átmérőknek a felét nevezzük később r_0 -nak). A szívószál benyomásával tudtam változtatni a gumimembrán feszítettséget.

A mérések során a befújás erősségét, valamint a levegő páratartalmát is szerettem volna közel konstans értéken tartani, ezért a pohárba egy nagynyomású kompresszorral fújtam be a levegőt. Ahhoz, hogy minél kevesebb levegő szökjön ki a pohárból, a befújás helyét körberagasztottam szigetelőszalaggal, hogy a használt fújófej a lehető legpontosabban illeszkedjen a lyuk átmérőjéhez.

Miután a kísérleti eszközöm (ballon airhorn) elkészült, behelyeztem egy általam készített mérési összeállításba, ahol a poharat fixen tudtam tartani és a bizonyos kezdeti paramétereket (szívószál hossza, feszítettség stb.) könnyedén tudtam változtatni. Az általam használt poharak az 1., a kísérleti összeállítás a 2. ábrán láthatók.



1. ábra Kísérletben használt poharak



2. ábra Kísérleti összeállítás

A hang vizsgálatához egy mikrofont használtam, ami nagyjából egyenlő távolságra volt a membrántól, valamint a szívószál végétől. A hang elemzéséhez pedig egy „Scope” nevű programot használtam, amelyből később a hang intenzitását, valamint a frekvenciákat tudtam leolvasni.

A jelenség elméleti háttéréhez először a dob-analógiát vizsgáltam, hiszen ha a pohárra ráfeszítjük a lufit, egy dobhoz hasonló eszközt kapunk. Természetesen tudjuk, hogy a dob felszíne nem csak egy frekvencián rezeg, ám a felharmonikusak elég bonyolult módon [1] követik egymást, nem olyan szép szabályosan, mint pl. a sípok esetén. Ahhoz, hogy az alapfrekvenciát elméleti módon is meg tudjuk határozni az (1) képletet [1] alkalmaztam,

$$f_0 = \frac{2.405}{2 \cdot \pi \cdot a} \cdot \sqrt{\frac{T}{\sigma}} \quad (1)$$

ahol f_0 az alapfrekvencia, a a kifeszített membrán sugara, T a felületi feszítettség, σ a membrán felületi sűrűsége, amelyet a következőképpen lehet kiszámolni:

$$\begin{aligned} \sigma_0 &= \frac{m}{A} = \frac{m}{r_0^2 \cdot \pi} \\ \sigma &= \frac{\sigma_0 \cdot r_0^2 \cdot \pi}{a^2 \cdot \pi} \end{aligned} \quad (2)$$

r_0 a pohárra kifeszített gumi kezdeti sugara, m a membrán tömege, σ_0 a kezdeti felületi sűrűség, ami a megnyúlás során megváltozik. Mivel a méréseim során egy adott gumi esetén a σ -t nem vettem konstansnak, de a pohár átmérőjét egy mérésen belül igen, ezért az (1) és (2) egyenletet használva a következő arányosságot írhatjuk fel:

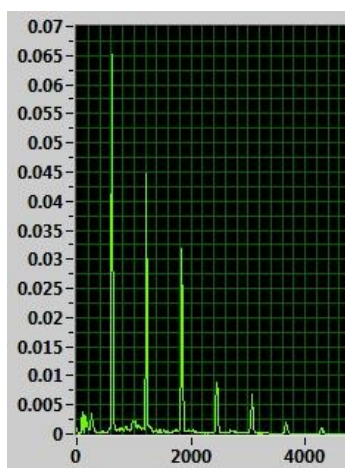
$$f_0 \sim \sqrt{\frac{T}{\sigma}}$$

Ha feltesszük, hogy a gumimembrán rugalmassági állandója a vizsgált tartományban közel állandó, akkor a felületi feszítettség arányos a megnyújtás mértékével, azaz $T \sim \sqrt{\Delta r}$, ahol Δr az az érték, amennyivel a kifeszített szalag sugara, a kezdetben szalagra rajzolt kör sugarához képest megváltozik. Így a dob alaphang frekvenciájára az alábbi arányosságot írhatjuk fel:

$$f_0 \sim \frac{\sqrt{\Delta r}}{r_0} \quad (3)$$

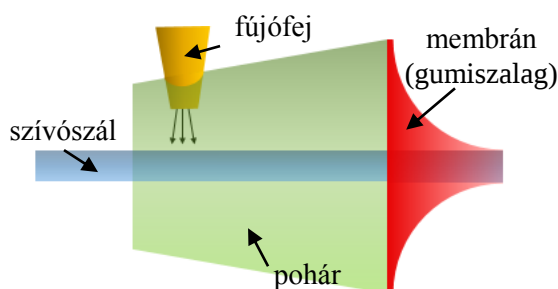
A mérések alapján azonban kiderült, hogy az anyag a megnyúlás során valójában lágyul, de ez még további kutatást igényel.

A (3) arányosságból látható, hogy a frekvencia arányos a sugár változásának gyökének, valamint a

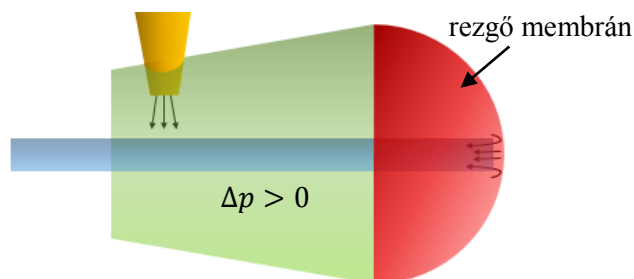


3. ábra. „Balloon airhorn” spektruma

kezdeti sugár hányadosával. Azonban ez az elmélet csak a dob frekvenciájának leírására jó. A kísérletek során kiderült, hogy a dob által várt frekvenciához képest, teljesen más frekvenciákat mérhetünk, amikor a szívószál hozzáér a membránhoz. Ebben az esetben az eszköz leginkább egy sípra hasonlít, így a mért frekvenciák is leginkább az adott szívószál hosszához illő síp frekvenciájának feleltek meg. Megvizsgáltam, hogy milyen hasonlóságok fedezhetők fel az általam mért frekvenciák adta hangszín, valamint egy síp hangjának spektruma között. Az általam használt eszközzel mért spektrum látható a 3. ábrán. De pontosan mi is történik ilyenkor? Hogyan jön létre hang? Ennek megértéséhez nyújt segítséget az 4. és 5. ábra.



4. ábra. Zárt állapot



5. ábra. Nyitott állapot

A 4. ábrán látható, hogy a fújófejen keresztül áramlik be a levegő a pohárba. Amikor a légköri nyomáshoz képesti Δp túlnyomás nagysága elegendő ahhoz, hogy a membrán kifeszüljön gömb alakba, akkor a nyomáskülönbség miatt a levegő a szívószálon keresztül kiáramlik. Ekkor azonban csökken a nyomás, a membrán újra hozzáér a szívószálhoz, nem tud áramolni a levegő és bezárul a síp, s a leírt folyamat kezdődik előlről. A hangot, amit hallunk, a membrán megemelkedésekor, a szívószálba belépő légörvények hozzák létre, s frekvenciáját elsősorban a szívószál hossza határozza meg.

Miután megértettük a jelenséget és méréssel bizonyítottuk, hogy az eszközünk leginkább egy sípra hasonlít, ki kellett derítenünk, hogy milyen sípra. Nyitott, esetleg egyik végén nyitott másik végén zárt sípra. Ha mindkét végén nyitott sípról beszélünk, akkor a frekvenciára a következő egyenletet lehet felírni a síp hosszától függően:

$$f_n = (n + 1) \cdot \frac{c}{2l} \quad (4)$$

Ahol n az alaphang ($n = 0$), illetve valamelyik felharmonikus számával egyezik meg, c a hang terjedési sebessége, l pedig a síp hossza.

Abban az esetben, ha a síp egyik vége zárt és a másik vége nyitott, a következő formulát lehet használni a frekvencia leírására:

$$f_n = \frac{c}{4l} \cdot (2n + 1) \quad (5)$$

A mérések során megfigyeltem, hogy mind a két féle alaphangi frekvencia megjelenik azonos hosszúnál, ami azt jelenti, hogy a sípunk egyszerre funkcionál mindkét végén nyitott, illetve egyik végén zárt, másik

végén nyitott sípként. A megjelenő frekvenciák között azonban megfigyelhető egy intenzitáskülönbség, ami a szívószál benyomásának nagyságától, azaz a szívószál helyzetétől függ.

Eredmények

1) Lufi és az általunk használt szalag összehasonlítása

Mivel lufi használatakor a mérési tartományom elég szűk lett volna, illetve a kezdő paraméterek meghatározása eléggé pontatlan lett volna, inkább fitnessz-szalagokat használtam a kísérleteknél, hiszen azok is, akár csak a lufi, gumiból, de sík lapokból vannak. Hogy bizonyítsam, hogy valóban hasonlóan viselkednek a különböző szalagok, mint a lufi, elvégeztem egy frekvencia-összehasonlító mérést, melynél a szalag és a lufi alapfeszítettsége, és a szívószál benyomásának mértéke is azonos volt. Az eredmények az (1.) táblázatban láthatók.

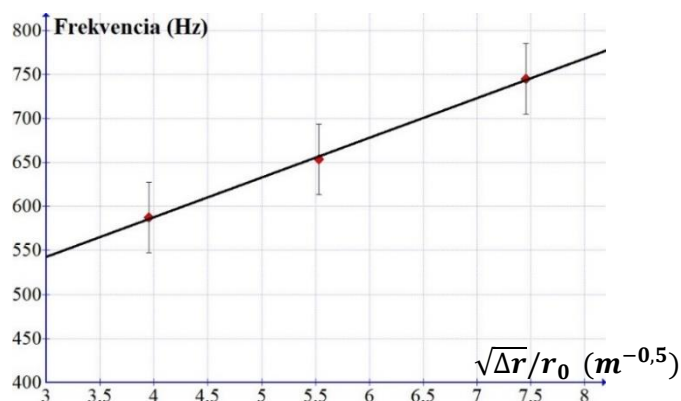
alapkör átmérő (mm)	benyomás mértéke (mm)	frekvencia lufi (Hz)	frekvencia gyenge szalag (Hz)	frekvencia közepes szalag (Hz)	frekvencia erős szalag (Hz)	maximum eltérés (Hz)
28	közel 0	508,2	491,4	491,4	497,1	35,8
28	2,5	522,5	499,9	494,4	494,4	28,1
28	5	524,9	499,9	494,4	511	30,5
28	7,5	524,9	511	511	516,6	13,9
28	10	533,2	516,6	516,6	519,3	16,6
28	12,5	530,5	524,9	519,3	522,1	11,2

1. táblázat. Lufi és fitnessz-szalagok rezgései

A táblázatban az alapkör átmérője, azt jelenti, hogy kezdetben mekkora átmérőjű kör lett ráfeszítve a 40 mm átmérőjű pohárra. A benyomás mértéke azt az értéket jelenti milliméterben, amennyivel a szívószál, ahhoz az állapothoz képest, amikor csak hozzáér a lufihoz, mennyivel lett beljebb tolva. A táblázatban látható, hogy kisebb eltérés látható a frekvenciák között. Ennek oka lehet a program saját hibája, mérési hiba, valamint a kicsit különböző anyagi szerkezet, illetve a kissé különböző minimum túlnyomás érték, ami a síp megszólalásához szükséges. Azonban mivel a frekvenciák mérési tartománya azonos, lufi helyett használhatunk szalagokat.

2) Dob-frekvenciamérés

A korábbiakban már említettem, hogy egy dob több különböző frekvencián is rezeg, valamint, hogy a (3) egyenlet alapján az alaphangi frekvenciák arányosan változnak a feszítettség mértékével, ami a kifeszített membrán sugarának változásával (Δr) arányos. Az elmélet bizonyításához, megvizsgáltam, hogy különböző feszítettségű szalagok esetén milyen alaphangi frekvenciákat hallhatunk, majd ezeket ábrázoltam a $\sqrt{\Delta r}/r_0$ függvényében. Az eredményeket a 6. ábra ábrázolja.

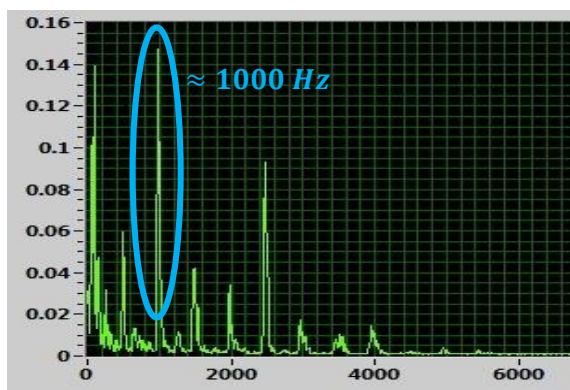


6. ábra: Dobok alaphangj frekvenciái

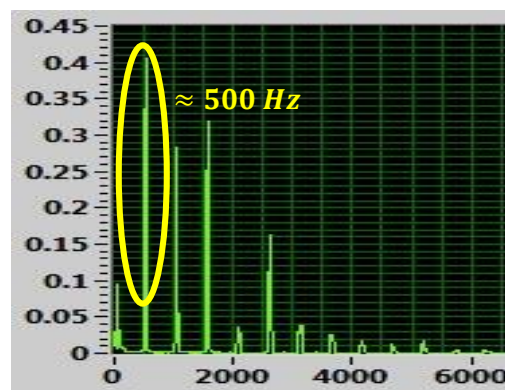
Az ábrán látható, ahogy nő a feszítettség úgy nő a Δr , ezáltal a $\sqrt{\Delta r}/r_0$ értéke is. Az is látható, hogy a frekvencia is növekszik. A két mennyiség között egy egyenes arányosság látható, azonban ez csak abban az esetben lenne teljesen igaz, ha a szalag Young-modulusa, tehát a rugalmassági állandója, állandó lenne. Mérés alapján tudható, hogy valójában a szalag lágyul, ezáltal a két mennyiség között inkább gyökös összefüggés lenne, de ez még további kutatást igényel.

3) Hangszín minimális és maximális benyomás esetén

Ennél a mérésnél megvizsgáltuk, hogy minimális, szinte 0, valamint maximális 1,5 cm benyomás esetén, a mért hang spektruma milyen hangszínt eredményez. Ezzel a kísérlettel akartuk kideríteni, hogy melyik esetben, melyik sípra hasonlít inkább az eszközünk. A 0 benyomással készült eredmény a 7.a., a maximális benyomással végzett mérés eredménye a 7.b. ábrán látható.



7.a ábra: Közel 0 benyomású síp spektruma



7.b ábra: 1,5 cm benyomású síp spektruma

A 7.a ábrán látható, hogy alig benyomott szívószál esetén, a kialakuló frekvenciák közül a mindkét végén nyitott síphoz tartozó alaphang frekvencia dominánsabb, ami a mi esetünkben egy 15,5 cm-es szívószálnál közel 1000 Hz-nek (számolt érték: 1097 Hz, mért érték: 1050 Hz) felel meg. De mellette jól kivethető egy kb. 500 Hz (számolt érték: 548 Hz, mért érték 533 Hz) frekvenciájú, kisebb intenzitású hang is. Ez a jelenség azzal magyarázható, hogy ilyenkor kis nyomás szükséges a membrán kifeszítéséhez és több ideig tekinthető a síp mindkét végén nyílnak. Azonban, ha a szívószál maximálisan be van nyomva, akkor nagy a feszítettség és a hozzá szükséges nyomás is. Így amíg kialakul a kellően nagy nyomás, ami a membránt kifeszíti gömb alakba, a síp több ideig van zárva. Ezáltal

változik a spektrum hangszíne és az egyik végén nyitott másik végén zárt síphoz tartozó alaphang frekvencia intenzitása lesz nagyobb, ami ennél a mérésnél közel 500 Hz-nek felel meg. A 7.b. ábrán tisztán látható, hogy ennek a frekvenciának a páratlan számú többszörösei jelennek meg a legintenzívebben. Ezekből az adatokból megállapíthatjuk, hogy kis benyomás esetén mindkét végén nyitott, nagyobb feszítettség esetén pedig egyik végén zárt, másik végén nyitott sípra hasonlít inkább az eszközünk. A mérések során kisebb eltérést tapasztaltunk a mért és a számolt eredmények között, azonban ennek oka az angol irodalomban „end correction”-nek, magyarul végkorrekciónak nevezett jelenség [2]. Látszik, hogy kisebb nyomás esetén nagyobb az akusztikai hossz, mint nagyobb túlnyomás esetén, azonban ennek pontos magyarázata még további kutatást igényel.

4) Frekvencia, különböző benyomás (feszítettség) esetén

Ennél a mérési sorozatnál azt vizsgáltam, hogy azonos alapfeszítettségű szalagok esetén, miként változik a frekvencia a szívószál benyomásának mértékétől. A méréseket elvégeztem 3 különböző alapfeszítettség esetén mind a 3 anyagnál. Ez azt jelenti, hogy volt egy 24; 28; valamint egy 32 milliméter átmérőjű alapköröm, amit a 40 milliméter átmérőjű poharra feszítettem rá. A benyomás mértékét pedig 2,5 milliméterenként változtattam közel 0-tól 15 milliméterig. Ezen mérési sorozat eredményiből látható néhány a 2. táblázatban:

szívószál hossz (mm)	benyomás mértéke (mm)	minimális (közel 0)	2,5	5	7,5	10	12,5	15
155	alapkör átmérő=0,024 frekvencia (Hz)	491,4	497,1	499,9	499,9	499,9	511,0	-
155	alapkör átmérő=0,028 frekvencia (Hz)	491,4	494,4	494,4	511,0	516,6	519,3	516,6
155	alapkör átmérő=0,032 frekvencia (Hz)	497,1	516,6	516,6	495,7	495,7	516,6	533,3

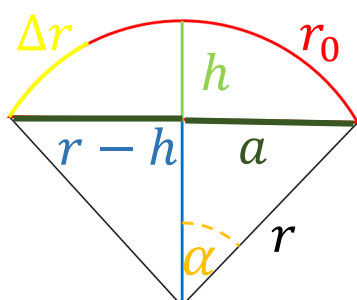
2. táblázat. Közepes erősségű szalag (zöld) mért frekvenciái különböző feszítettségénél

A táblázatban látható, hogy a vizsgált szalag mérésénél a frekvencia közel állandó. Enyhe növekedés látható a benyomás növelésével. Ezt a minimális eltolódást is a benyomás mértékétől függő nyomásváltozással és az emiatt jelentkező akusztikai hosszváltozással magyarázhatjuk. Emellett persze változnak a különböző frekvenciák relatív intenzitásai, így a hang hangszíne is.

5) Hangintenzitás a túlnyomás függvényében

Ennél a mérési sorozatnál azt vizsgáltam, hogy adott alapfeszítettségű szalag esetén hogyan változik a hangintenzitás a túlnyomás függvényében. Mivel a nyomást nem tudtam közvetlenül mérni, azt használtuk, hogy a túlnyomás arányos a membrán sugarának változásával. De hogyan tudtuk meghatározni a Δr értékét? Ehhez szolgál segítségül a 8. ábra.

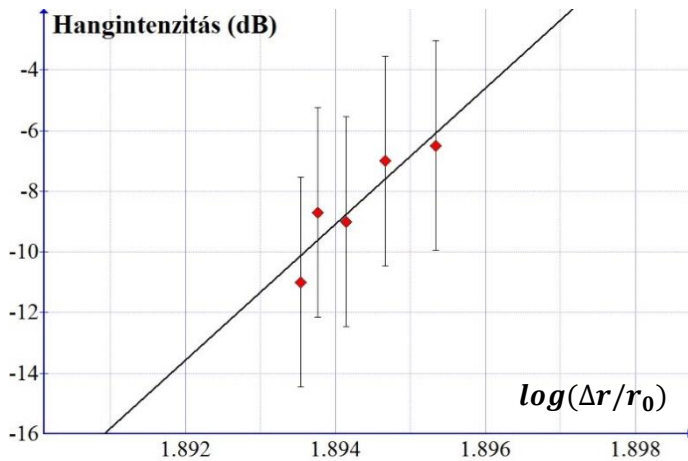
Megfelelő matematikával megmutatható, hogy Δr :



8. ábra. Δr elméleti meghatározása

$$2 \cdot \arcsin\left(\frac{a}{\frac{h^2 + a^2}{2h}}\right) \cdot \frac{h^2 + a^2}{2h} - r_0 = \Delta r \quad (6)$$

Mivel tudjuk, hogy $I \sim \Delta p^2$, ahol I a hang intenzitása, Δp pedig a túlnyomás, valamint $\Delta p \sim F \sim \Delta r$, így felírhatjuk, hogy $I_{dB} \sim \log(\Delta r/r_0)$, ahol I_{dB} az intenzitás decibelben vett értéke, $\Delta r/r_0$ pedig a relatív megnyúlás. A mérés eredményei a 9. ábrán láthatók.

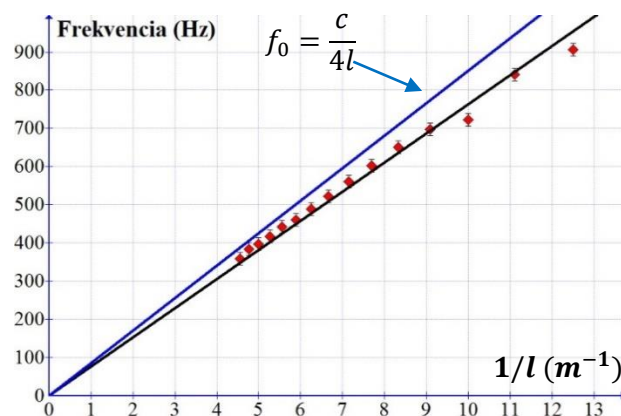


9. ábra: Hangintenzitás $\log(\Delta r)$ függvényben

Az ábrán látható, hogy a sugár változásának növekedésével a hang intenzitása is növekedett. Ennek oka, hogy nagyobb sugárváltozás esetén, az F erő is megnő, ami arányos a Δp túlnyomással. Ebből következik, hogy a jobban kifeszített szalag esetén megnő az a p nyomás, amivel el tudjuk érni azt az állapotot, hogy a membrán gömb alakban kifeszüljön és létre tudjon jönni a hang. A decibel skála azért negatív tartományban mér, mert 0 dB az a küszöbintenzitás, amit a mikrofon még torzítás nélkül fel tud venni.

5.) Frekvenciák különböző hosszúságú szívószál esetén

Ennél a mérésnél azonos feszítettségű szalagok frekvenciáját vizsgáltam különböző hosszúságú szívószálak esetén. Ezt a mérést azért végeztem el, hogy tisztán látszódjon, hogy a létrejövő frekvenciát szignifikánsan a szívószál hossza határozza meg. Mivel ennél a mérésnél nem vizsgáltam, hogy melyik sípra hasonlít jobban az eszköz, mindig az első frekvencia csúcs (egyik végén zárt, másik végén nyitott síphoz tartozó alaphang frekvencia) változását vizsgáltam. A mérések közül ábrázol egyet a 10. ábra.



10. ábra. Frekvencia az $1/l$ függvényében közepes erősségű szalag esetén, valamint elméleti görbe

Az ábrán látható, hogy csökkent a szívószál hossza, annál magasabb frekvenciát mértünk, pont úgy, ahogy egy síp esetén várnánk. Ez az összefüggés látszik a (4) és (5) képletből is. Látható, hogy a frekvencia sokkal jelentősebben változott a szívószál hosszának hatására, mint a szalag feszítettségére, ebből is megállapítható, hogy a szívószál hossza befolyásolja szignifikánsan a létrejövő frekvenciákat.

Különböző feszítettségű szalagokat is vizsgáltam és azoknál is ugyanezt a tendenciát vettem észre, azonban, ha jobban ki volt feszítve a szalag magasabb frekvenciákat mértem, jobban közelítve az elméleti értékhez. Ez szintén a már korábban említett „end correction” jelenséggel, az akusztikai-geometria hossz közötti különbséggel magyarázható.

6) További eredmények

A feszítettség, valamint a szívószál hatásán kívül vizsgáltam még, hogy esetleg a pohár átmérőjének változása, valamint a levegő befújásának helye a membránhoz képest miként befolyásolhatják a létrejövő frekvenciákat. Azt tapasztaltam, hogy ezektől a paramétereiktől függetlenül, ugyanolyan frekvenciák alakulnak ki. Továbbá a méréseim során észrevettem, hogy a befújás szöge fontos szerepet játszik a létrejövő spektrum frekvenciáinak intenzitásának alakulásában. Azonban ez még további kutatást igényel. További fontos paraméterek lehetnek még például, a szívószál helyzete, hogy a membránt pontosan a közepén, merőlegesen feszítse ki, valamint a pohár tökéletes kör alakja, hogy a ráfeszített szalag, valamint a befogás során se deformálódjon ovális alakba. Ennek megoldására készítettem egy új kísérleti eszközt, ahol a poharat egy vastag gumigyűrűbe helyeztem, aminek segítségével a pohár deformálódását meg tudtam akadályozni.

Összefoglalás

A kísérletek alapján megállapítható, hogy a szerkezet hangja leírható a dob-elmélettel mindaddig, amíg a ráfeszített szalag nem ér össze a szívószállal. Onnantól kezdve inkább hasonlít egy sípra az eszköz. Ebben az esetben, hogy az eszköz milyen sípra hasonlít leginkább, a benyomás mértéke határozza meg, és hogy ilyenkor, melyik síphoz tartozó alaphang frekvencia intenzitása erőteljesebb. A mérések által megállapítottam, hogy a frekvenciát befolyásoló legjelentősebb paraméter, a szívószál hossza, melynek változása a frekvencia függvényében hasonló trendet mutat, mint egy valódi síp esetén. A hangintenzitás szintén vizsgálható volt a relatív megnyúlás függvényében, ami azért is fontos eredmény, mert ezen probléma célja lehet, hogy egy minél hangosabb kürtöt hozzunk létre. Másik lehetséges felhasználása az eszköznek, hogy akár hangszer is lehet belőle készíteni, ha megfelelő feszítettségű szalagokat, valamint megfelelő hosszúságú szívószálakat alkalmazunk.

Irodalomjegyzék

- [1] UIUC Physics 406 Acoustical Physics of Music, Professor Steven Errede, Department of Physics, University of Illinois at Urbana-Champaign, Illinois Vibrations of Ideal Circular Membranes (e.g. Drums) and Circular Plates
- [2] <http://newt.phys.unsw.edu.au/jw/fluteacoustics.html>